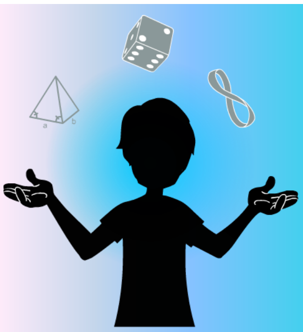


MAGIE MATHÉMATIQUE

- AU VOLEUR -

Matériel :

- 1 ardoise
- 1 crayon effaçable
- Plusieurs cartons avec les chiffres de 1 à 9

Comment faire le tour de magie

BUT :

Trouver le chiffre « volé » par le spectateur.

TOUR :

1. Le magicien demande à un spectateur d'écrire sur l'ardoise un nombre de 4 chiffres de son choix (ex. : 5 246). Le magicien se retourne afin de ne pas voir le nombre.
2. Toujours sans regarder, il demande au spectateur de choisir un nouveau nombre composé des mêmes chiffres et de l'inscrire en dessous de celui-ci.

   Exemple : 5 246.

   6 452.
3. Le spectateur soustrait le plus petit nombre du plus gros et écrit la réponse obtenue (ex. : 6 452 – 5 246 = 1 206). Le magicien demande si la réponse contient des 0. Si c'est le cas, le spectateur doit les retirer de la réponse en les effaçant ou les rayant.
4. Pour chacun des chiffres de la réponse, le spectateur sélectionne un carton qui représente le même chiffre. Par exemple, si la réponse est 1 206, le spectateur prend les cartons 1, 2 et 6. Le zéro a été éliminé, on n'en tient pas compte. Il place ensuite les cartons sur la table.
5. Le magicien demande au spectateur de « voler » un des cartons. Il doit le garder dans ses mains sans le montrer. Le magicien va retrouver ce chiffre « volé »!
6. Le magicien se retourne et observe les chiffres qui sont devant lui. *(Il fait, dans sa tête, la somme des chiffres restants, puis il soustrait ce résultat de 9. Si la somme est un nombre à deux chiffres, ceux-ci doivent être additionnés à nouveau afin d'obtenir une réponse à un seul chiffre. C'est ce chiffre que l'on soustrait de 9.)*
7. Le magicien annonce quel est le chiffre « volé » du spectateur.

EXPLICATION MATHÉMATIQUE

Voici pourquoi ce tour fonctionne.

Ce tour repose sur le critère de divisibilité par 9 : un nombre est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est elle-même divisible par 9.

> Note : Une autre façon d'utiliser le critère est de faire la <u>somme répétitive</u> des chiffres qui composent le nombre : si la somme des chiffres du nombre initial est composée de plusieurs chiffres, on fait à nouveau la somme des chiffres et ainsi de suite, jusqu'à obtenir <u>un unique chiffre</u>. Si ce dernier chiffre est 9, alors le nombre est divisible par 9. Sinon, le nombre n'est pas divisible par 9.
>
> Ex. : Est-ce que 9 654 est divisible par 9?
>
> On a : 9 + 6 + 5 + 4 = 24.
>
> Comme 24 a deux chiffres, on répète l'opération : 2 + 4 = 6.
>
> 6 est un unique chiffre. Comme il n'est pas 9, alors 9 654 n'est pas divisible par 9.
>
> N.B. Voir la rubrique « Pourquoi le critère de divisibilité par 9 fonctionne? » pour comprendre ce raisonnement.

Expliquons comment le tour fonctionne en procédant avec un exemple :

Le spectateur choisit les nombres : 2 476 et 7 264

Il fait la soustraction du plus petit nombre au plus grand nombre.

7 264 (plus grand nombre) – 2 476 (plus petit nombre) = 4 788.

Ensuite, le spectateur prend, pour chacun des chiffres de la réponse, un carton qui représente le même nombre. Si la réponse contient un 0, le spectateur doit le retirer de la réponse obtenue.

$$\boxed{4} \quad \boxed{7} \quad \boxed{8} \quad \boxed{8}$$

Puis, il « vole » un carton qu'il garde dans ses mains. C'est ce chiffre que le magicien va retrouver.

$$\boxed{4} \quad \boxed{7} \qquad\quad \boxed{8}$$

Le magicien est capable de prédire le chiffre volé grâce au résultat mathématique suivant :

> Le magicien sait que la différence entre deux nombres qui contiennent les mêmes chiffres est divisible par 9, donc que la <u>somme répétitive</u> des chiffres qui le composent est égale à 9.
>
> N.B. Voir la rubrique « Pourquoi est-ce que la différence entre deux nombres qui contiennent les mêmes chiffres est-elle un multiple de 9?

Il lui manque un chiffre pour arriver à 9. Afin de trouver le chiffre volé, le magicien fait la somme répétitive des chiffres qu'il a sous les yeux. En soustrayant 9 de sa réponse, il détermine le chiffre manquant afin que la somme soit égale à 9 à nouveau (il s'agit du chiffre volé).

On a donc : 4 + 7 + 8 = 19 (19 ayant deux chiffres, on répète l'opération) (1 + 9 = 10) (1 + 0 = $\boxed{1}$)

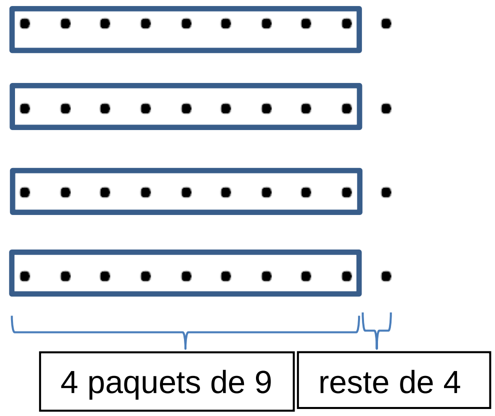
Comme 9 – $\boxed{1}$ = 8, on sait qu'il manque 8 afin que le nombre soit divisible par 9. Donc, le chiffre volé est 8.

N. B. Si l'addition répétitive des chiffres est égale à 9, le spectateur a alors volé un 9 ou un 0. Puisque les 0 sont retirés, le spectateur a un 9 dans ses mains.

Pourquoi le critère de divisibilité par 9 fonctionne-t-il?

Pour comprendre la notion de divisibilité par 9, on doit utiliser la notion de division avec reste. Afin de s'aider, il est bien de visualiser la division par 9 comme des regroupements de 9 unités avec un certain reste inférieur à 9. Par exemple :

40 = 4 x 9 + 4 (4 paquets de 9 avec un reste de 4)



Maintenant, groupons les puissances de 10 en paquets de 9.

10^0 = 1 = 0 x 9 + 1 (0 paquet de 9 reste 1)

10^1 = 10 = 1 x 9 + 1 (1 paquet de 9 reste 1)

10^2 = 100 = 11 x 9 + 1 (11 paquets de 9 reste 1)

10^3 = 1000 = 111 x 9 + 1 (111 paquets de 9 reste 1)

On remarque que le reste des puissances de 10, lorsque divisé par 9, est toujours de 1.

Etc.

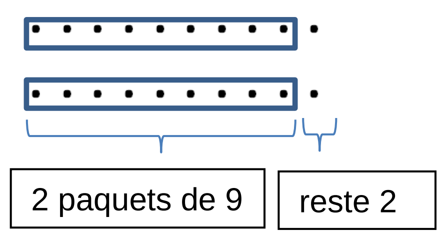
Aussi, lorsqu'on additionne les chiffres composant un même nombre, on additionne en fait le nombre d'unités, de dizaines, de centaines, etc. que notre nombre possède.

Ainsi, chaque unité, chaque dizaine, chaque centaine, chaque millier peuvent en fait être représenté comme un certain nombre de paquets de 9 unités avec un reste de 1. De ceci, on conclut qu'en additionnant les chiffres composant un nombre, nous additionnons le nombre de restes 1 que le nombre possède lorsqu'il est divisé par 9. Par exemple,

326 = 300 + 20 + 6

300 = 3 x 100
Tel que mentionné plus tôt, 100 = 11 x 9 + 1 (11 paquets de 9 reste 1).
Donc 3 x (11 x 9+1) = 33 x 9 + 3 (33 paquets de 9 reste 3).

20 = 2 x 10
Tel que mentionné 10 = 1 x 9 + 1 (1 paquet de 9 reste 1)
Donc 2 x (1 x 9 + 1) = 2 x 9 + 2 (2 paquets de 9 reste 2).



6 = 6 x 1
Puisque 1 = 0 x 9 + 1 (0 paquet de 9 reste 1)
Donc 6 X (0 x 9 + 1 = 0 x 9 + 6 (0 paquet de 9 reste 6)

Pourquoi le critère de divisibilité par 9 fonctionne-t-il? (suite)

Ainsi,

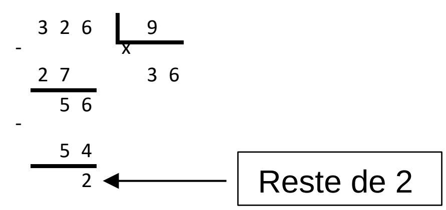
326 = 300 + 20 + 6
= 33 paquets de 9 reste 3 + 2 paquets de 9 reste 2 + 0 paquet de 9 reste 6
= 35 paquets de 9 reste 11

Cependant, le reste est plus grand que 9. On peut ainsi encore faire des paquets de 9 avec la même technique.

11 = 1 paquet de 9 reste 1 + 0 paquet de 9 reste 2
= 1 paquet de 9 reste 2.

On trouve donc que le reste de 326, lorsqu'on le divise par 9, est de 2.

326 = 35 paquets de 9 + 1 paquet de 9 reste 2.
= 36 paquets de 9 reste 2.



Autrement dit, on trouve toujours que, dans un nombre, la somme répétitive des chiffres qui le composent donne le reste de la division par 9 de ce nombre. Si le reste est de 0, c'est que ce nombre est divisible par 9!

C'est également pourquoi, si la somme des chiffres composant un nombre est un multiple de 9, alors ce nombre sera divisible par 9!

Pourquoi est-ce que la différence entre deux nombres qui contiennent les mêmes chiffres est un multiple de 9?

On sait que la somme des chiffres composant ces nombres est la même puisqu'ils possèdent les mêmes chiffres et que l'addition est commutative. Ainsi, on en déduit que <u>le reste de la division par 9 des deux nombres est le même.</u> Procédons à un exemple, prenons :

1. 7 264
2. 2 476

Premièrement, calculons le reste de ces nombres lorsqu'on les divise par 9 (faisons la somme répétitive des chiffres qui les composent).

$$7+2+6+4 \;=\; 2+4+7+6 = \;19 \Rightarrow \quad 1+9=10 \;\Rightarrow\; 1+0=1$$

Ainsi, on en déduit que le reste des deux nombres lorsque divisé par 9 est de 1.

1. 7 264 = 807 x 9 + 1 (807 paquets de 9 reste 1)
2. 2 479 = 275 x 9 + 1 (275 paquets de 9 reste 1)

Lorsque l'on fait la soustraction de ces deux nombres, les restes étant les mêmes, ils s'élimineront, de sorte que nous aurons seulement des paquets de 9.

7 264	→		807 paquets de 9 reste 1
− 2 476	→	−	275 paquets de 9 reste 1
4 788	→		532 paquets de 9 aucun reste

Comme nous n'avons que des paquets de 9 formant la différence, alors cette dernière est nécessairement divisible par 9.