Fiche explicative

- Le nombre de Marie-Philip -

Solution de l'énigme

Voici la réponse :

Le nombre de Marie-Philip est 36.

Voici une première solution :

On cherche un nombre à deux chiffres qui est donc entre 10 et 99. On cherche le plus petit donc on peut débuter avec 10, 11 et 12. On peut remarquer avec ces essais que le nombre cherché ne peut pas contenir le chiffre 0, car le produit sera 0. Le nombre ne peut pas non plus contenir le chiffre 1 car le produit ne sera jamais plus grand que la somme (essayez avec d'autres nombres contenant des 1 ou des 0 pour vous en convaincre!). Ainsi, les nombres entre 10 et 19 ne fonctionnent pas.

Essayons ensuite les nombres dans la vingtaine. On n'a pas à essayer 20 et 21 à cause du 0 et du 1. En essayant avec 22, 23 et 24 on remarque que le produit est toujours trop petit. Observons les régularités.

Nombre	Somme	Double de la somme	Produit
22	4	8	4
23 + 1	5	10 + 2	6 + 2
24 + 1	6	12 + 2	8 + 2

On voit en fait qu'à chaque fois qu'on augmente le chiffre des unités de 1, le double de la somme augmente de 2, mais le produit augmente aussi seulement de 2. Puisque 22 ne fonctionne pas, il s'en suit que 23, 24, 25, …, 29 ne fonctionnent pas non plus, car le produit est toujours plus petit que le double de la somme (ils augmentent à la même vitesse).

On essaie ensuite les nombres de la trentaine. On n'a pas à essayer 30, 31 (à cause du 0 et du 1) ni 32 (qui donne les mêmes calculs que 23). On essaie 34 et 35 qui ne fonctionnent pas, mais finalement **36 fonctionne**. C'est donc le plus petit nombre cherché.

Voici une deuxième solution algébrique (plus avancée) :

Cette méthode, quoique plus complexe, s'avèrerait plus utile et rapide s'il est demandé de trouver tous les nombres ayant la caractéristique.

On cherche un nombre ab tel que a x b = 2(a+b).

Le but de cette méthode est de réduire la liste de nombre à vérifier (car la méthode précédente nécessitait la vérification de tous les nombres entre 10 et 99).

Trouvons d'abord quelques conditions supplémentaires que le nombre doit respecter.

1. Au maximum, le double de la somme de deux chiffres est de 36 car (9+9) x 2 = 36. **Le produit des deux chiffres cherchés est donc plus petit ou égal à 36.**
2. Le produit doit être un nombre pair, car c'est aussi le double d'un autre nombre. **Au moins un des deux chiffres doit donc être pair.**
3. **0 ne peut être un des chiffres**, car 0 x b = 0 mais 2 x (0+b) = 2b.
4. **1 ne peut être un des chiffres**, car 1 x b = b mais 2 x (1+b) est toujours plus grand que b.
5. **2 ne peut être un des chiffres**, car 2 x b = 2b, mais 2 x (2+b) = 4+2b est toujours plus grand que 2b.

En respectant ces 5 conditions, il ne reste que 12 paires de chiffres à vérifier.

3 – 4 3 – 6 3 – 8
4 – 4 4 – 5 4 – 6 4 – 7 4 – 8 4 – 9
5 – 6 5 – 8
6 – 6

En vérifiant les éléments de cette liste réduite, on remarque que les paires 3 – 6 et 4 – 4 sont les seuls qui fonctionnent. Les nombres qui fonctionnent sont donc 36, 63 et 44. **Le nombre cherché est donc 36, car c'est le plus petit.**