

# MAGIE MATHÉMATIQUE

## - LE LABYRINTHE -



SEMAINE DES MATHS

### Matériel :

- Tableau blanc ou feuille
- Crayon
- Pion ou aimant

### Comment faire le tour de magie

BUT :

Trouver sur quelle case se retrouvera le pion (ou l'aimant) à la fin des déplacements demandés.

PRÉPARATION :

Construire, sur une feuille ou sur un tableau, un labyrinthe quadrillé tel que représenté ci-dessous.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | ☆ |
| 6 | 7 | 8 |

TOUR :

1. Le spectateur place le pion (ou l'aimant) sur la case de départ, soit celle où se retrouve l'étoile.
2. Le magicien se retourne pour ne pas voir le tableau et demande au spectateur de déplacer son pion de 4 cases. Il peut déplacer son pion horizontalement ou verticalement, mais pas en diagonale. Il est possible de revenir sur une même case.
3. Le spectateur retire la case 1 à la demande du magicien. (voir figure 1).
4. Il déplace le pion de 5 cases.
5. Il retire les cases 2 et 7 à la demande du magicien. (voir figure 2).
6. Il déplace le pion de 7 cases.
7. Il retire les cases 3, 6 et 8 à la demande du magicien. (voir figure 3).
8. Il déplace le pion de 3 cases.
9. Il retire les cases 4 et la case avec l'étoile (voir figure 4).

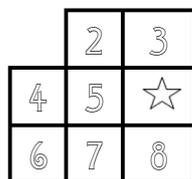


Figure 1

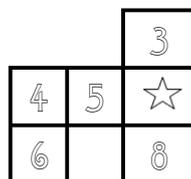


Figure 2



Figure 3



Figure 4

10. Le magicien dévoile que le pion se trouve sur la case 5.



# EXPLICATION MATHÉMATIQUE



## Voilà pourquoi ce tour fonctionne.

Le tour repose sur la notion de parité, c'est-à-dire sur les propriétés des chiffres pairs et impairs. Le labyrinthe utilisé pour ce tour fonctionne de la même façon qu'un damier.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | ☆ |
| 6 | 7 | 8 |

Sur un damier, il est à remarquer que les cases noires et blanches s'alternent.

Remarquons divers scénarios de déplacements :

- Si nous demandons au spectateur de se déplacer de **1 case**, les cases d'arrivée possibles sont seulement les cases adjacentes. Or, nous avons mentionné plus tôt que notre labyrinthe a été construit comme un damier, c'est-à-dire que les cases noires et blanches s'alternent. **On en conclut que la couleur de la case d'arrivée sera différente de la couleur de la case où se trouvait le pion avant le déplacement.**
- Si nous demandons au spectateur de se déplacer de **2 cases**, cela équivaut à faire deux déplacements de 1 case. Or, puisque chaque déplacement change la couleur, nous nous retrouvons à changer la couleur de la case à deux reprises. Ainsi, puisque les couleurs s'alternent, **la couleur de la case d'arrivée est nécessairement de la même couleur que la case où se trouvait le pion avant les déplacements.**

Chaque fois qu'il y a un déplacement supplémentaire, nous sommes certains qu'il y a également un changement de couleur supplémentaire. Par exemple, un déplacement de 3 cases peut être vu comme trois déplacements de 1 case. Donc, si le pion est sur une case noire avant le déplacement, nous savons que le pion ira sur une case blanche au premier déplacement, sur une case noire au deuxième déplacement, puis sur une case blanche au troisième déplacement.

**En somme, tous les déplacements impairs changent la couleur de la case d'arrivée par rapport à la case départ et tous les déplacements pairs conservent la couleur de la case de départ.**

## **Voilà pourquoi ce tour fonctionne (suite).**

Au début du tour, le spectateur place le pion sur la case avec l'étoile **qui est une case blanche**.

Le premier déplacement demandé par le magicien est de 4 cases, soit un nombre pair de déplacements. Lorsqu'on effectue un nombre pair de déplacements, la couleur de la case d'arrivée est la même que celle où était le pion avant le déplacement. On sait donc que le pion se retrouvera sur une case blanche après le premier déplacement. Ainsi, le magicien demande au spectateur d'enlever la case 1 étant donné qu'elle est de couleur noire.

**À ce stade-ci, le pion se trouve sur une case blanche.**

Le deuxième déplacement est de 5 cases, donc il s'agit d'un déplacement d'un nombre impair de cases. Étant donné ce type de déplacement, on sait que le pion se retrouvera sur une case noire, car un déplacement de nombre impair change la couleur de la case d'arrivée. Ainsi, suite à ce déplacement, le magicien sait que le pion se retrouve assurément sur une case noire. Il demande donc au spectateur d'enlever les cases 2 et 7, étant donné qu'elles sont de couleur blanche.

**À ce stade-ci, le pion se trouve sur une case noire.**

Le troisième déplacement est de 7 cases. Étant donné qu'il s'agit d'un déplacement d'un nombre impair de cases, on change la couleur de la case d'arrivée. Le pion se retrouvera donc sur une case blanche. Le magicien demande au spectateur d'enlever les cases 3, 6 et 8, étant donné qu'elles sont de couleur noire.

**À ce stade-ci, le pion se trouve sur une case blanche.**

Le dernier déplacement est de 3 cases, donc le pion se retrouvera assurément sur une case noire, étant donné qu'il s'agit à nouveau d'un déplacement impair. Il ne reste qu'une seule possibilité de case noire, soit la case 5. Le magicien demande donc au spectateur d'enlever les cases 4 et la case étoile, qui sont deux cases blanches.

**Le magicien dévoile que le pion se trouve à la case 5.**