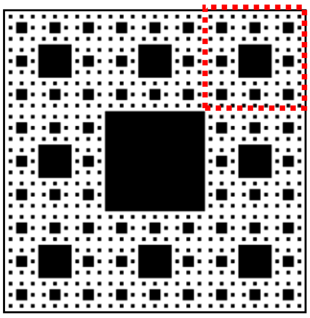
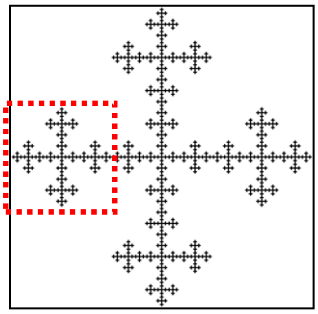
ACTIVITÉ
- LES FRACTALES -

Étape 1 : Introduction

Les fractales sont des images particulières : elles sont composées d'un motif qui réapparaît lorsqu'on agrandit l'image. On appelle cette propriété l'autosimilarité.
Voici deux exemples :





Dans les deux exemples, on remarque que le motif encadré de pointillés rouges est le même que celui de l'image au complet.

On retrouve des fractales dans la nature, comme par exemple dans certaines plantes :

Arrives-tu à trouver les formes qui se répètent dans les images?

Étape 2 : Réalisation d'un triangle de Sierpinski

Le triangle de Sierpinski est une fractale bien connue.

Voici la marche à suivre pour en dessiner un toi-même!

Premièrement, tu dois commencer avec un triangle équilatéral.

Ensuite, trouve le point milieu de chaque côté du triangle et relie ces trois points. Cela créera 4 nouveaux triangles : celui du centre pointe vers le bas et les trois autres pointent vers le haut. Colorie le triangle du centre.

Dans chacun des trois autres triangles (ceux qui pointent vers le haut), tu dois recommencer la même procédure que tu as faite avec le grand : relie les points milieux des trois côtés pour former un triangle qui pointe vers le bas et que tu vas colorier.

Continue de cette façon jusqu'à ce que tu ne sois plus capable de dessiner des triangles assez petits. Dans la vraie fractale, la procédure est répétée à l'infini.

Si tu as un ordinateur avec internet, tu peux utiliser l'adresse suivante pour t'aider : http://www.geogebratube.org/student/mJ20jBiW3. Le fichier Geogebra. L'application Geogebra qui s'ouvre te montre les premières étapes pour construire un triangle de Sierpinski. Utilise le curseur[1] pour passer d'une étape à l'autre.

Étape 3 : une propriété intéressante des fractales

Maintenant que tu connais mieux le triangle de Sierpinski, voici un défi : es-tu capable de calculer l'aire du triangle de Sierpinski?

Avant de sauter aux conclusions, essaie de faire le calcul.

Tu es bloqué ou tu veux te vérifier? Voici une solution!
Une façon de calculer l'aire du triangle de Sierpinski consiste à remarquer qu'à chaque étape, l'aire du nouveau triangle « troué » correspond au ¾ de l'aire du triangle de l'étape précédente.

On peut donc dire qu'à l'étape *n*, l'aire du triangle est de $(\frac{3}{4})^n$ * aire initiale.

Avec cette formule, qu'est-ce qui se passe si *n* est très grand?

En effet, plus *n* est grand, plus $(\frac{3}{4})^n$ est petit. Et si *n* est à l'infini? Le résultat est alors de zéro.
Et oui! C'est la réponse qu'on cherchait : l'aire du triangle de Sierpinski est de 0 unités carrées.

Les fractales sont des figures si particulières qu'elles ont, parfois, une aire nulle ou un périmètre infini!

---

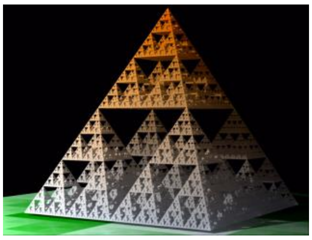
[1] Le curseur se trouve en bas de la page Geogebra. Il a la forme d'un point qu'on peut déplacer sur une ligne. En déplaçant ce point, on modifie la valeur de « a » et cela fait avancer la construction.

Étape 4 : Intégration

On a dit plus tôt que les fractales étaient présentes dans la nature. Voici un autre exemple : il s'agit d'un coquillage avec des motifs particuliers qui ressemblent au triangle de Sierpinski :

Crédit photo : Simon's specimen Shells ltd.

Jusqu'à maintenant, nous avons seulement parlé des fractales « en deux dimensions »[2]. Il existe aussi des fractales en « trois dimensions ». Un exemple est le tétraèdre de Sierpinski :



[2] En réalité, on ne peut pas vraiment parler de deux dimensions et de trois dimensions quand on parle de fractales.