

SEMAINE DES MATHS

Matériel :

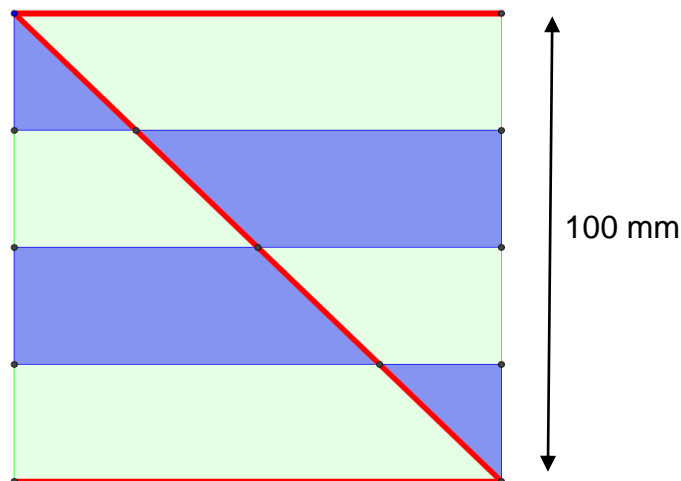
- Vidéo de l'énigme
- Feuilles de papier
- Crayons

ÉNIGME

-ZIGZAG-

Énoncé de l'énigme

Le patron de la nouvelle compagnie ZigZag veut fabriquer des sous-verres de 100mm par 100mm avec son logo pour faire de la publicité. Les sous-verres ressemblent à ceci : on trace la diagonale du carré, puis on sépare le sous-verre en 4 bandes horizontales d'égales dimensions. On ajoute un peu de couleur pour l'esthétique et le tour est joué. Pour planifier les coûts, la compagnie aimerait connaître l'aire de la région bleue.



Pouvez-vous déterminer l'aire de la surface en bleu?



SOLUTION DE L'ÉNIGME



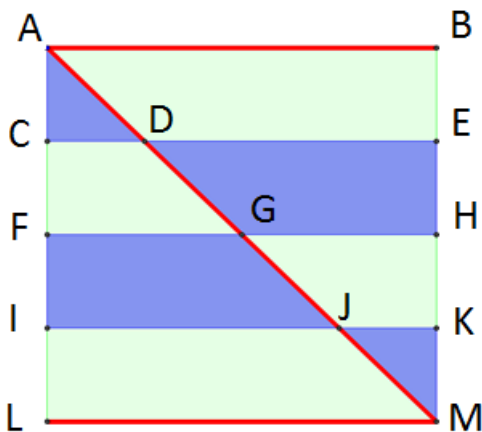
Voici la réponse :

Solution 1

On peut calculer la somme des aires des deux trapèzes avec la hauteur et la moyenne des bases, puis additionner les aires des deux triangles. C'est une solution correcte, mais qui contient plus de calculs et plus de chances de se tromper lorsqu'on n'utilise pas de calculatrice.

Voici les calculs en question :

Le côté du sous-verre mesure 100 mm, et donc chaque bande a une hauteur de 25 mm.



Nous utiliserons cette figure annotée pour faciliter l'identification des sommets, des segments et des figures.

Puisque \overline{AM} est la diagonale du carré, \overline{CD} a la même mesure que \overline{AC} . (Pour s'en convaincre, on peut utiliser le fait que la diagonale fait un angle de 45 degrés avec le côté, donc l'angle CAD mesure 45 degrés. Puisque l'angle ACD est droit et que la somme des angles intérieurs d'un triangle est 180 degrés, alors l'angle ADC mesure 45 degrés aussi et le triangle est donc isocèle.)

On peut calculer directement

$$\text{Aire}(\triangle ACD) = (25 * 25) / 2 = 312,5 \text{ mm}^2.$$

Puisque $m(\overline{CD}) = 25 \text{ mm}$, on déduit $m(\overline{DE}) = 75 \text{ mm}$.

De plus, toujours parce que \overline{AM} est la diagonale, on déduit que $m(\overline{GH}) = m(\overline{BH}) = 50 \text{ mm}$.

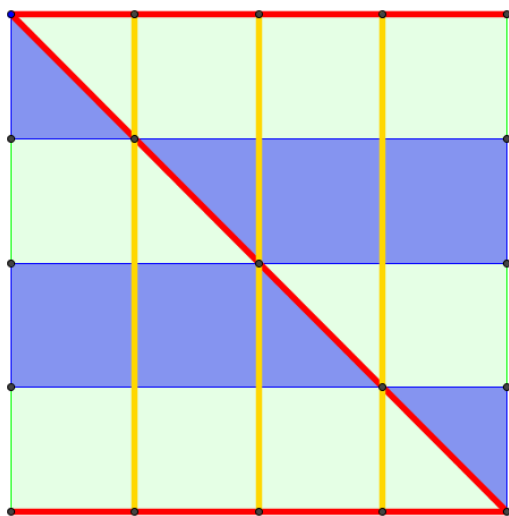
On calcule $\text{Aire}(DEHG) = ((75 + 50) / 2) * 25 = 1562,5 \text{ mm}^2$.

On trouvera avec des calculs analogues $\text{Aire}(FGJI) = 1562,5 \text{ mm}^2$ et $\text{Aire}(JKM) = 312,5 \text{ mm}^2$.

Au total, la région bleue a une aire de $312,5 + 1562,5 + 1562,5 + 312,5 = 3750 \text{ mm}^2$.

Solution 2

Pour illustrer la deuxième solution (plus simple), ajoutons quelques lignes sur le dessin :



On a 16 carrés, les triangles forment des demi-carrés.

L'aire totale de la région en bleu est donc

$$\text{de } 4 * \frac{1}{2} \text{ carré} + 4 \text{ carrés} = 6 \text{ carrés.}$$

Donc l'aire la région en bleu est

$$\frac{6}{16} * \text{aire totale} = \frac{3}{8} * (100^2) = 3750 \text{ mm}^2$$

OU (sans fractions)

L'aire de la région bleue est de 6 carrés de 25mm par 25mm soit $6 * 625 \text{ mm}^2 = 3750 \text{ mm}^2$

Réponse : 3750 mm^2