ÉNIGME

- MATHCITÉ-

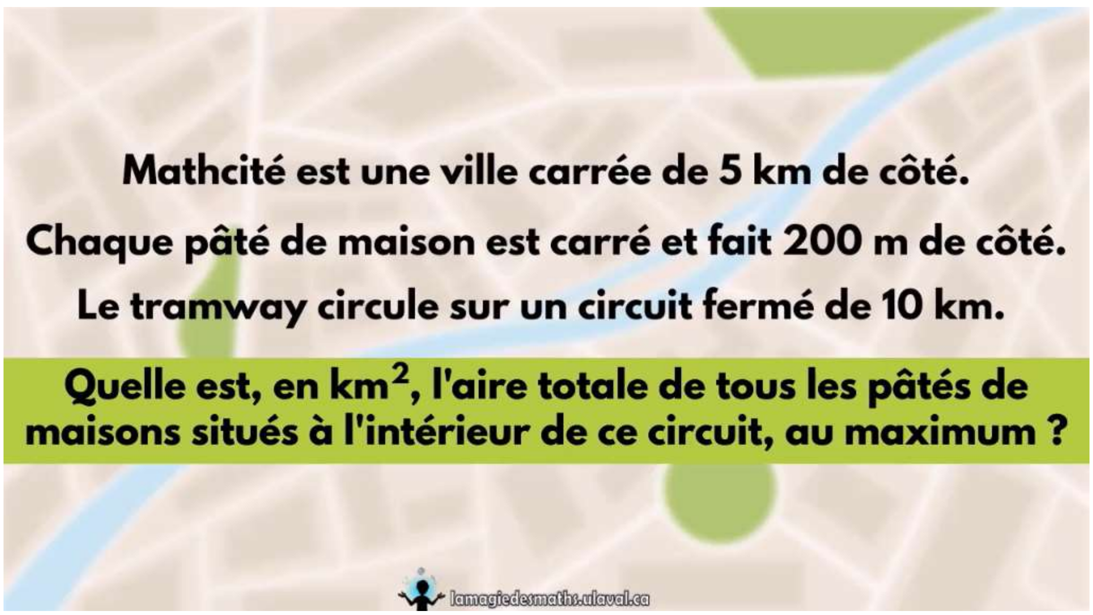
Matériel :

- Vidéo de l’énigme
- Feuille de papier
- Crayons

Énoncé de l’énigme

Bienvenue à Mathcité, une ville qui a la forme d’un carré de 5 km de côté. Elle est divisée en carrés par des avenues, chaque pâté de maisons formant un petit carré de 200 mètres de côté. Un tramway circule sur un circuit fermé de 10 km de longueur.

Quelle est, en km², l’aire totale de tous les pâtés de maisons situés à l’intérieur de ce circuit, au maximum?



Astuce : Le circuit est de forme rectangulaire.

SOLUTION DE L'ÉNIGME

Voici la réponse :

L'aire maximale à l'intérieur du circuit est de 6,24 km^2.

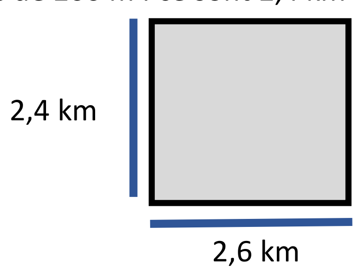
Première solution :

La longueur totale du parcours en circuit fermé représente le périmètre d'un polygone dont les angles sont droits. Parmi ces polygones, de périmètre 10 km, c'est le carré qui a l'aire la plus grande. Le circuit peut-il être carré? Nous savons qu'un carré possède 4 côtés de même longueur, donc il faut diviser la longueur totale du périmètre en 4.

$$10 \text{ km} \div 4 = 2,5 \text{ km}$$

Nous savons que les blocs de Mathcité mesurent 200 m, donc les côtés du circuit fermé doivent être d'une mesure en km divisible par 200 m. Chaque kilomètre contient 5 fois 200 m. On ne peut pas obtenir 2,5km. Donc, le parcours ne peut pas être carré.

Comme le carré n'est pas possible, nous cherchons maintenant un polygone qui est presque un carré et qui a un périmètre de 10 km. Ce sera un rectangle dont les mesures des côtés sont les plus proches possibles de 2,5 km et qui peuvent contenir les blocs de 200 m : ce sont 2,4 km et 2,6 km.



Nous pouvons donc avoir un circuit fermé du tramway de Mathcité qui forme un rectangle de côtés mesurant 2,4 km et 2,6 km, pour respecter un parcours total de 10 km. Il nous reste à calculer l'aire.

$$2,4 \text{ km} \times 2,6 \text{ km} = 6,24 \text{ km}^2.$$

L'aire située à l'intérieur du circuit est donc de 6,24 km^2. Si on essaie avec d'autres rectangles de périmètre 10 km, dont les mesures des côtés sont des multiples de 200 m, on obtiendra toujours une aire inférieure à 6,24 km^2. Cette aire est donc l'aire maximale.