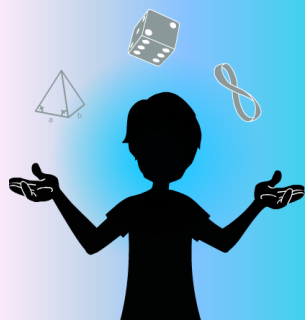


ÉNIGME

-LES ANNIVERSAIRES-



SEM AINE DES MATHS

- Vidéo de l'énigme
- Feuilles de papier
- Crayons
- Calendriers de l'année complète (disponible dans l'agenda scolaire)

Énoncé de l'énigme

Dans un certain groupe d'amis, personne n'a la même date d'anniversaire que quelqu'un d'autre.

Toutefois, on a remarqué une particularité.

Si chaque personne additionne le nombre correspondant à son jour d'anniversaire avec le nombre correspondant à son mois d'anniversaire, tout le monde trouve le même résultat.

Ce résultat est strictement supérieur à 34.



Combien de personnes peut-il y avoir, au maximum, dans ce groupe d'amis?

Source : *Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, AQJM, finale de l'édition 2011-2012.



Solution de l'énigme



Voici la réponse :

Il y a, au maximum, 8 personnes dans le groupe d'amis.

Explications détaillées

Comme la somme du jour et du mois doit être strictement supérieure à 34, on sait que personne n'est né en janvier, en février, en mars et en avril (les sommes maximales qu'on peut trouver en utilisant ces mois sont respectivement de 32, 30, 34 et 34).

On sait aussi que deux personnes ne peuvent avoir leur anniversaire le même mois. En effet, si deux personnes étaient nées le même mois, elles seraient aussi nées le même jour car la somme du jour et du mois doit toujours être la même. Or, on sait qu'on ne trouve pas, dans le groupe d'amis, deux personnes qui sont nées la même journée.

On a donc une personne par mois, et 8 mois qui peuvent correspondre aux contraintes, donc 8 personnes dans le groupe.

Note : Il y a deux façons de répartir les anniversaires de ces huit personnes. Une première solution est lorsque les personnes sont nées le 30 mai, le 29 juin, le 28 juillet, le 27 août, le 26 septembre, le 25 octobre, le 24 novembre et le 23 décembre. La somme recherchée est alors de 35. La deuxième solution est trouvée lorsque la somme recherchée est de 36. Les dates des anniversaires sont alors les suivantes : le 31 mai, le 30 juin, le 29 juillet, le 28 août, le 27 septembre, le 26 octobre, le 25 novembre et le 24 décembre. Toutes les autres dates de l'année résultent en des sommes inférieures ou égales à 34 ou supérieures ou égales à 37. Les sommes supérieures ou égales à 37 impliquent des groupes d'amis composés de moins de personnes. Ainsi, une somme de 37 n'est pas réalisable avec le mois de mai, qui devrait alors avoir 32 jours, ni avec juin, qui devrait alors avoir 31 jours. Donc pour une somme de 37, le groupe d'amis sera alors réduit à 6 personnes. On peut vérifier de la même façon que, pour une somme de 38, il y aura aussi 6 personnes. Une somme de 39 générera un groupe de 5 amis, les sommes de 40 et 41 des groupes de 3 amis. Et finalement, les sommes de 42 et 43 impliquent qu'il n'y ait qu'une personne dans le groupe; 43 est la somme maximale qu'on puisse obtenir.