# ÉNIGME

## -DÉCALAGE HORAIRE-

SEMAINE DES MATHS

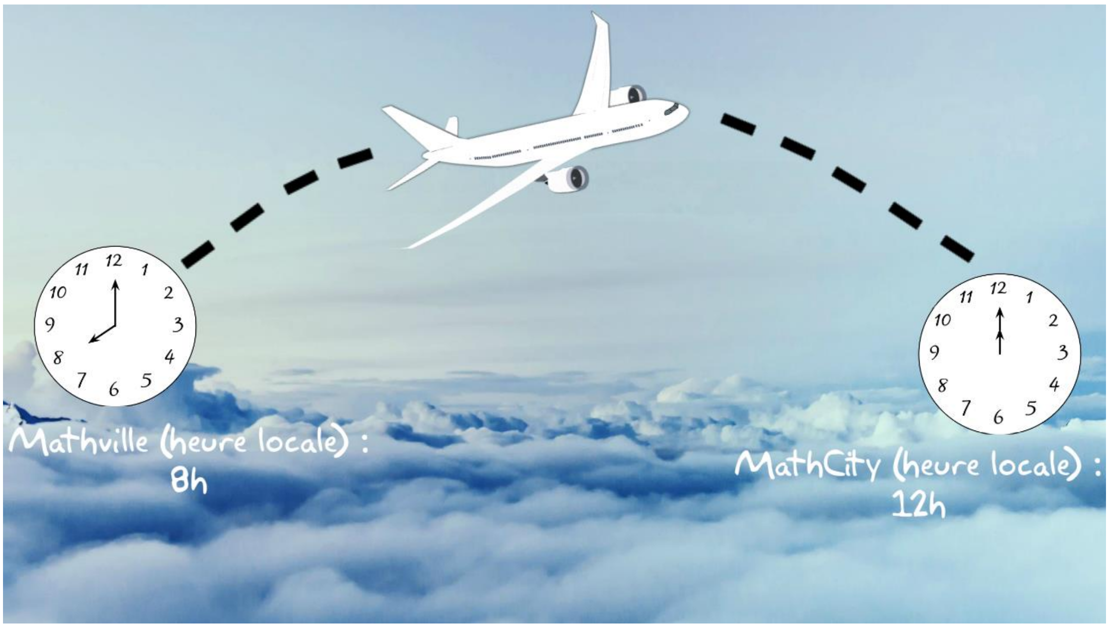
***Matériel :***

- Vidéo de l'énigme
- Feuilles de papier
- Crayons

## Énoncé de l'énigme

Un avion part à 8 h de Mathville (heure locale); il est midi lorsqu'il atterrit à MathCity. Par contre, pour le retour, l'avion part à 14h (heure locale de MathCity) et il est 20h à Mathville lorsqu'il atterrit.

La durée du voyage est la même, mais les deux villes ne sont pas situées sur le même fuseau horaire.




Lorsqu'il est midi à MathCity, quelle heure est-il à Mathville?

# SOLUTION DE L'ÉNIGME

## Voici les réponses possibles :

Puisque le décalage horaire peut être de 1h, 11h ou de 13h, lorsqu'il est 12h à MathCity, il est 13h ou 1h à Mathville (avec la possibilité qu'il soit 1h le matin même ou 1h le lendemain matin).

## Voici deux solutions possibles :

**Solution 1 :**

Imaginons que nous sommes passagers sur l'avion qui va à MathCity. Nous partons de Mathville à 8h, heure locale, et nous arrivons à MathCity à 12h, heure locale. Nous repartons ensuite de MathCity à 14h. Nous avons donc passé 2 heures à MathCity. Le deuxième voyage a la même durée que le premier et il est 20h lorsque nous arrivons à Mathville. Comme il s'est écoulé 12 heures en temps réel entre le départ de Mathville et le retour, et que nous avons passé 2 heures à Mathcity, nous avons donc passé 10 heures au total dans l'avion. Chacun des vols a une durée de 5 heures.

Puisque nous avons voyagé 5 heures afin d'aller de Mathville à MathCity, et que l'heure a seulement avancé de 4 heures, on sait qu'il y a une heure de décalage horaire entre les deux villes. MathCity a une heure *de moins* que Mathville. S'il est midi à MathCity, il est 13h à Mathville.

Nous devons également considérer le cas où nous revenons à Mathville à 20h *le lendemain*. Il y aura alors 36 heures (12 + 24) de voyage, dont 2 heures passées à MathCity. Donc nous aurons passé 34 heures dans l'avion, soit 17 heures de vol pour l'aller et 17 heures pour le retour. Lorsqu'on va de Mathville à MathCity, on passe 17 heures dans l'avion, tandis que l'heure avance, encore une fois, seulement de 4 heures. Il y aura alors 13 heures (17 - 4) de décalage entre Mathville et MathCity. MathCity a treize heures *de moins* que Mathville. S'il est midi à MathCity, il est 1h à Mathville, le lendemain matin.

Un autre cas à considérer est le suivant : on part à 8h de Mathville, on atterrit à 12h *le lendemain* à MathCity, puis on repart de MathCity à 14h la journée même pour atterrir à 20h, toujours dans la même journée, à Mathville. La durée totale réelle est encore de 36 heures, et chacun des vols dure 17 heures. Toutefois, pour le vol de l'aller de Mathville vers MathCity, alors qu'il s'écoule 17 heures de temps réel, l'heure avance de 28 heures (24 + 4). Cela signifie qu'il y a un décalage de 11 heures. Cette fois, MathCity a 11 heures *de plus* que Mathville. S'il est midi à MathCity, il est 1h à Mathville, le matin même.

Si on voulait continuer ainsi et considérer que l'arrivée est à 20h *deux* jours plus tard, le temps de déplacement serait de 50h, nous trouverions alors qu'il y a 25h de décalage entre Mathville et MathCity, ce qui est impossible, car il n'y a que 24 fuseaux horaires sur Terre. Cela signifie que le décalage horaire maximal entre deux villes est de 23 heures. Les trois seules possibilités sont donc 1 heure, 11 heures ou 13 heures de décalage.

Donc s'il est midi à MathCity, il est soit 13h, soit 1h (le matin même ou le lendemain) à Mathville.

**Solution 2 :**
La solution qui suit est plus algébrique.

Soit x le décalage horaire (qui peut être positif ou négatif), la durée réelle du vol de l'aller est de 4+x et celle du vol du retour est de 6-x. Ces deux quantités doivent être égales, ce qui mène à x=1. Comme on obtient une valeur de x positive, cela signifie que le vol a duré plus de temps que ce de quoi l'heure a changé. Cela signifie que lorsqu'on passe de Mathville à MathCity, on recule d'une heure. S'il est midi à MathCity, alors il est 13h à Mathville.

Nous devons considérer deux autres cas.

D'abord, si l'avion qui part à 8h de Mathville, atterrit à 12h à MathCity, puis repart à 14h et atterrit à Mathville à 20h *le lendemain*, alors les expressions représentant les durées de vol sont respectivement 4 + x et 30 – x, ce qui nous donne x= 13. Le signe est encore positif, on conclut donc que, lorsqu'on passe de Mathville à MathCity, on doit reculer de 13 heures. Ainsi, s'il est midi à MathCity, il est 1h le lendemain matin à Mathville.

Ensuite, si l'avion qui part à 8h de Mathville, atterrit à 12h *le lendemain* à MathCity, puis repart à 14h et atterrit à Mathville à 20h le jour même, alors les expressions représentant les durées de vol sont respectivement 28 + x et 6 – x, ce qui nous donne x= -11. Le signe négatif indique que la durée réelle du vol est plus petite que la différence des heures affichées sur les horloges. Cela signifie que lorsqu'on passe de Mathville à MathCity, on doit avancer de 11h. Ainsi, lorsqu'il est midi à MathCity, il est 1h, le matin même, à Mathville.

Il n'y a pas d'autres cas pertinents à considérer. En effet, en considérant des cas avec plus de jours d'intervalles, on retrouve les mêmes valeurs pour x. Dans le contexte, cela signifie des durées réelles de vol de plus de 24 heures, ce qui ne peut arriver.