ÉNIGME

-AMÉNAGEMENT PAYSAGER-

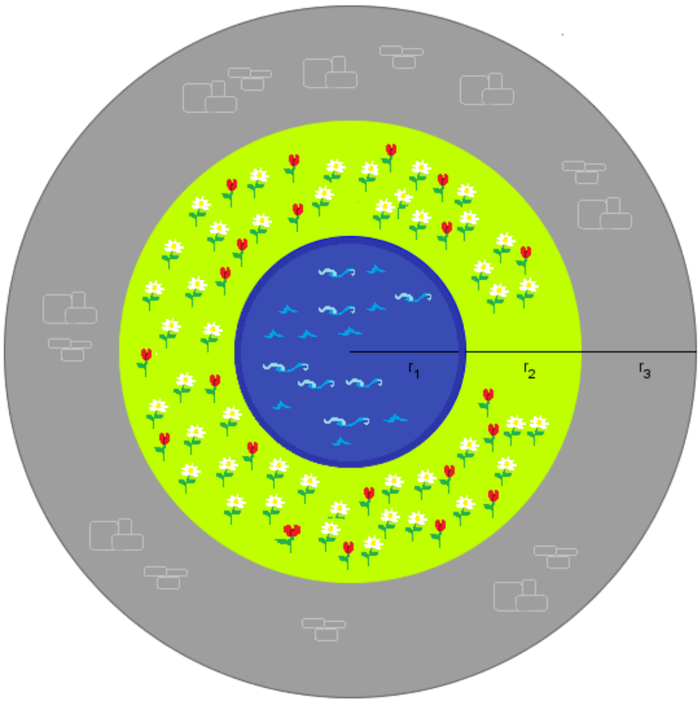
SEMAINE DES MATHS

Matériel :

- Vidéo de l'énigme
- Feuilles de papier
- Crayons

Énoncé de l'énigme

La ville de Mathville décide de faire appel à un urbaniste pour aménager la place publique devant l'hôtel de ville. La place est circulaire et ressemble aujourd'hui à ceci. Peu inspiré, l'urbaniste propose un arrangement où on a ajouté une zone fleurie, circulaire elle aussi. Le maire en est un peu déçu, mais heureusement, un mystérieux bienfaiteur fait don d'une fontaine circulaire pour placer au centre de l'arrangement qui ressemble alors à ceci. Le rayon de la fontaine mesure exactement le tiers du rayon total. La bande de fleurs et la bande de pierraille ont la même largeur. L'aire totale de l'arrangement est de 114 mètres carrés.



Pour aider à la planification du projet, il faut déterminer l'aire de la région fleurie. Pouvez-vous y arriver?

SOLUTION DE L'ÉNIGME

Voici la réponse :

Première solution :

Étape 1 : Trouver le rayon du grand cercle. (r)

$$\pi r^2 = 114 \ \rightarrow r = \sqrt{\frac{114}{\pi}}$$

Étape 2 : Poser le rayon du moyen cercle comme 2/3 du grand rayon et trouver l'aire du moyen cercle.

Comme le rayon de la fontaine est égal au tiers du grand rayon, et que les deux bandes ont la même épaisseur, le rayon du moyen cercle (bande fleurie + fontaine) est le 2/3 du rayon du grand cercle. Les rayons sont donc de (1/3)*r pour la fontaine, (2/3)*r pour la fontaine et les fleurs et (3/3)*r=r pour tout l'espace, c'est-à-dire la fontaine, les fleurs et la pierraille.

$$\pi\left(\frac{2}{3}r\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\sqrt{\frac{114}{\pi}}\right)^2 * \pi = \frac{4}{9} * 114$$

Étape 3 : Soustraire l'aire du petit cercle. ($\pi(\frac{1}{3}r)^2$)

$$\frac{4}{9} * 114 - \ \pi\left(\frac{1}{3}r\right)^2 = \frac{4}{9} * 114 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\sqrt{\frac{114}{\pi}}\right)^2 * \pi = \frac{4}{9} * 114 - \frac{1}{9} * 114 = \frac{3}{9} * 114$$

$$A = \frac{1}{3} * 114 = 38$$

La région a une aire de 38 m^2

Deuxième solution :

On considère que le grand cercle a un rayon de 3r, le moyen un rayon de 2r et le plus petit un rayon de r.

Les aires sont données, respectivement par les équations suivantes :

$$A_g = \pi(3r)^2 = 9\pi r^2$$
$$A_m = \pi(2r)^2 = 4\pi r^2$$
$$A_p = \pi(r)^2 = \pi r^2$$

On tente de trouver la proportion que représente l'aire de la bande fleurie par rapport à celle du grand cercle.

$$A_{fleurie} = A_m - A_p = 4\pi r^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$$
$$\frac{A_{fleurie}}{A_g} = \frac{3\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{1}{3}$$
$$A = \frac{1}{3} * 114 = 38$$

La région a une aire de 38 m^2