

# Catégorie S1

## 16<sup>e</sup> et 17<sup>e</sup> championnats

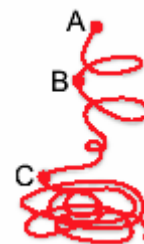
### Considération pour la résolution des problèmes 9 à 13

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

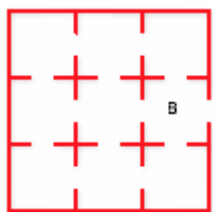
#### Quart de finale 16<sup>e</sup> championnat (A01)

##### 7 - LA FICELLE DE LUDO

Ludo a une ficelle sur laquelle il a fait trois noeuds A, B et C. Le morceau de ficelle AB correspond à un quinzième de la longueur totale de la ficelle et AC à un sixième. S'il enroule le morceau AB autour d'un tronc d'arbre, Ludo fait exactement deux tours. **Combien de tours Ludo peut-il effectuer sur le même tronc avec BC ?**



##### 8 - LE PLAN DU MUSÉE



Ce musée expose dans neuf salles. La salle Braque (B) est indiquée. On trouve des cartes postales dans la salle Ernst (E). De la salle Van Gogh (V), on peut se rendre directement dans les salles Picasso (P), Cézanne (C) et Kandinski (K). De la salle Kandinski, on peut se rendre directement dans les salles Braque, Matisse (M) et Renoir (R). De la salle Dali (D), on ne peut pas se rendre directement dans la salle Braque. De la salle Matisse, on peut se rendre directement dans les salles Picasso et Dali. **Complétez le plan à l'aide des initiales des peintres.**

##### 9 - FÉVRIER PALINDROME

On écrit les dates sous la forme "jjmmaaaa" (par exemple 01092001 pour le 1er septembre 2001). Le 20 février 2002 s'écrit 20022002. Un tel nombre, qui se lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche, est un nombre palindrome. **Quelle sera la date palindrome suivante ?**

##### 10 - LES MAISONS AMIES

Ma rue comprend exactement 99 maisons numérotées de 1 à 99, les numéros pairs étant situés d'un côté et les impairs de l'autre. Il se trouve que lorsque deux maisons sont numérotées à l'aide de numéros à deux chiffres utilisant les deux mêmes chiffres dans un ordre différent, et que la différence entre les deux numéros (le plus grand moins le plus petit) est égale à 45, alors les familles qui habitent ces maisons sont amies. **Combien y a-t-il de paires de familles amies dans ma rue, au minimum ?**

##### 11 - BON POUR UN 421

Mathias et Mathilde jouent au jeu suivant. Ils ont écrit, dans cet ordre, les neuf chiffres 1 2 3 4 5 6 7 8 9 et ils essaient, en intercalant entre certains chiffres, une ou plusieurs fois, un ou plusieurs de symboles +, -, x et /, d'obtenir 421. Mathilde a écrit  $1+2\times 3-45+6\times 78-9 = 421$ , tandis que Mathias a trouvé

$12\times 34-56+78-9 = 421$ . **Proposez-leur une autre solution.**

## 12 - LA CIBLE

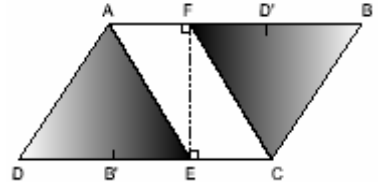


Dans cette cible, le cercle moyen a un rayon double de celui du petit et le grand cercle a un rayon triple de celui du petit cercle. La cible a une aire totale égale à  $1113 \text{ cm}^2$ .

Quelle est l'aire de la zone blanche ? On pourra prendre  $22/7$  pour  $\pi$ .

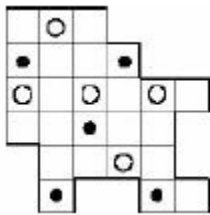
## 13 - LE PARALLÉLOGRAMME

Mathias a devant lui un parallélogramme de papier. Il le plie selon un segment  $[AE]$  de telle sorte que  $D$  vienne en  $D'$ , puis le déplie et le plie de nouveau selon  $[CF]$  de telle sorte que  $B$  vienne en  $B'$ . On constate alors que  $(EF)$  est perpendiculaire aux côtés  $[AB]$  et  $[DC]$ . De plus, on sait que  $AD = 10 \text{ cm}$  et  $AF = 5 \text{ cm}$ . Quelle est l'aire du parallélogramme ? On pourra prendre, si besoin est,  $1,414$  pour  $\sqrt{2}$  ;  $1,732$  pour  $\sqrt{3}$  et  $3,14$  pour  $\pi$ , et on arrondira si besoin est au  $\text{cm}^2$  le plus proche.



## Demi-finale 16<sup>e</sup> championnat (H02)

## 7 - LES AMANDIERS ET LES OLIVIERS



José est fier de son terrain. Il a su disposer en quinconce, tel que sur la figure, cinq amandiers et cinq oliviers qui ont prospéré. Sentant sa fin prochaine, il veut léguer à chacun de ses cinq fils une partie de son terrain, les cinq parties étant de même forme (éventuellement à un retournement près) et contenant chacune un amandier et un olivier. Dessinez un tel découpage.

## 8 - LA TABLE DE MATHILDE

Mathilde, pour apprendre les tables de multiplications, s'amuse à en construire, au gré de sa fantaisie. Retrouvez les nombres de la première ligne.

x	2				
	6				
12					60
		50			
6				42	
		99	110		
				8	56

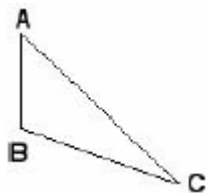
## 9 - SAUT EN 2002

2000, augmenté de la somme de ses chiffres, donne 2002. Mathilde a trouvé un autre nombre qui, augmenté de la somme de ses chiffres, donne 2002. Quel est ce nombre ?

## 10 - L'AMI DES CORDONNIERS

Les mille-pattes adultes mettent 1 seconde pour retirer une chaussure, tandis que les enfants mille-pattes mettent 2 secondes. Une famille mille-pattes comprend le père, la mère et trois enfants. Lorsqu'ils sont déchaussés, les parents peuvent aider leurs enfants, mais chaque mille-pattes ne peut retirer qu'une chaussure à la fois, sur lui-même ou sur un autre mille-pattes. Combien de temps leur faudra-t-il, au minimum, pour retirer toutes leurs chaussures ? Note : on suppose que chacun des mille-pattes a effectivement .... 1000 pattes !

## 11 - À LA RECHERCHE DU TRÉSOR

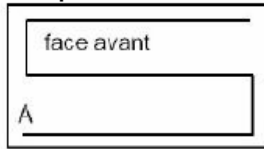
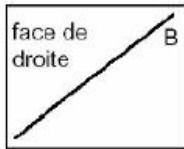


Jo, le chercheur de trésors, sait que Barberouge a enterré le trésor à proximité d'un abricotier (A), d'un bananier (B) et d'un citronnier (C) situés comme sur le dessin, en un point T tel que l'ensemble des quatre points  $\{A ; B ; C ; T\}$  présente un axe de symétrie. En combien d'endroits, au maximum, Jo devra-t-il creuser ? Indiquez tous ces endroits sur le dessin.

## 12 - LES MENTEURS DU CONGRÈS

Le congrès de Mathville a rassemblé 2000 congressistes. Parmi ceux-ci, il y a deux catégories de gens : des menteurs qui mentent toujours, et des francs qui disent toujours la vérité. Chaque congressiste est soit arithméticien, soit géomètre, soit algébriste, et aucun n'a plusieurs spécialités. On demande successivement à chaque congressiste : êtes-vous algébriste, êtes-vous arithméticien, êtes-vous géomètre ? Les nombres de «oui» répondus à chaque question sont respectivement 100 ; 540 ; 1610. **Combien y a-t-il de menteurs à ce congrès ?**

## 13 - BALADE DANS UN AQUARIUM

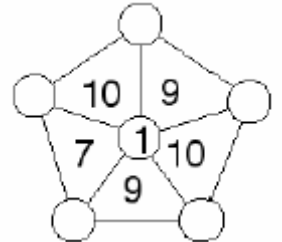


Un poisson se déplace de A à B. Son trajet est une succession de segments de droite, chacun d'eux étant parallèle à une des faces de l'aquarium. On a dessiné la projection du trajet du poisson sur deux faces de l'aquarium. **Dessinez la projection du trajet du poisson sur le fond de l'aquarium (vue du dessus).**

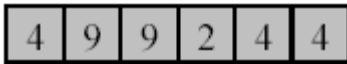
## Finale 16<sup>e</sup> championnat (H02)

### 7 - LE PENTAGONE

Complétez les disques à l'aide des nombres de 2 à 6, de telle sorte que chaque nombre inscrit dans un triangle soit égal à la somme des nombres inscrits aux sommets du triangle.



### 8 - LE CODE



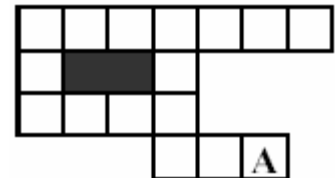
L'ouverture du coffre est commandée par un code à six chiffres. Le nombre affiché au départ étant 499244, on a le droit de faire les changements suivants :

- on peut remplacer un 4 et un 9 qui se suivent dans cet ordre par 2 4
- on peut remplacer un 2 et un 4 qui se suivent dans cet ordre par 9 2.

Le code qui permet d'ouvrir le coffre est le plus petit nombre que l'on peut obtenir. **Quel est ce code?**

### 9 - LA PUCE

Au départ, la puce se trouve en A. À chaque seconde, elle se déplace d'une case à une case voisine. Elle peut tourner, mais ne peut jamais faire demi-tour. **Cochez toutes les cases sur lesquelles elle peut se trouver au bout de 15 secondes.**



### 10 - LE RECTANGLE

Un rectangle est tracé selon les lignes d'un quadrillage à mailles carrées. En traçant la diagonale de ce rectangle, on ne traverse aucun nœud du quadrillage (à l'exception des deux extrémités) et on traverse exactement 12 petits carrés. La largeur du rectangle mesure six unités. **Combien d'unités sa longueur mesure-t-elle ?**

### 11 - LES PILES DE PIÈCES

Mathias range ses pièces d'un euro. Il forme des piles de 9 pièces et remarque que le nombre de pièces restantes est égal au nombre de piles. Il décide alors de former avec l'ensemble de ses pièces des piles de 7 pièces, et il constate à nouveau que le nombre de pièces restantes est égal au nombre de piles. **Combien de pièces Mathias possède-t-il ?**

### 12 - LA MASSE DORÉE

Cette balance est équipée de 17 masses marquées de 1 g, 2 g, 3 g, ..., 17 g. Dix de ces masses sont noires, six sont argentées et une seule est dorée. Les masses argentées totalisent 32 g de plus que les masses noires. **Quelle masse en grammes peut-on lire sur la masse dorée ?**

### 13 - LA BOULANGÈRE A DES EUROS

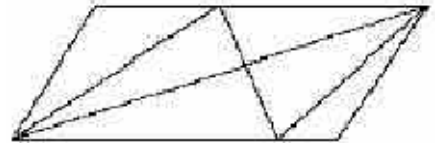
La boulangère compte sa caisse. Elle possède 870 euros en billets de 10 euros, de 20 euros et de 50 euros. Les nombres de billets de chaque sorte sont des nombres consécutifs. **Combien la boulangère a-t-elle de billets de 50 euros ?**

## Quart de finale 17<sup>e</sup> championnat (A02)

### 7 - LES TRIANGLES

Dans la figure ci-contre, combien compte-t-on de triangles entièrement dessinés ?

Note : un triangle peut comporter un ou plusieurs morceaux.



### 8 - LES BONBONS

Mathilde dit « *J'ai mangé moins de sept bonbons.* » Mathias répond : « *Moi aussi.* » Mathilde dit : « *Mais j'en ai mangé plus de quatre.* » Mathias répond : « *En tout cas, je suis certain d'en avoir mangé moins que toi.* » Il y avait 10 bonbons dans le sachet et, à eux deux, Mathilde et Mathias ont tout mangé. De plus, chacun des deux amis a dit la vérité une fois et s'est trompé une fois. **Combien Mathilde a-t-elle mangé de bonbons ?**

### 9 - LA BONNE SANTÉ

L'année 2000 fut une bonne année : elle comportait 53 fins de semaine complètes (samedi et dimanche). **Quelle sera la prochaine année ayant cette propriété ?**

### 10 - LES LOSANGES

J'ai placé 4 points, puis j'ai tracé 4 segments qui ont formé un losange. J'ajoute ensuite de nouveaux points, puis je trace de nouveaux segments. Et j'obtiens un total de quatre losanges dans ma figure. **Combien la figure complète contient-elle de points, au minimum ?**



### 11 - SOUVENIR, SOUVENIR...

Hier, Mathias a mis à l'heure et remonté la vieille horloge et le vieux réveil de son grand-père. Ce matin, en se réveillant, il constate que le réveil indique 6h et l'horloge 7h. Or, Mathias se souvient que, d'après son grand-père, le réveil retarde de 3 minutes par heure, tandis que l'horloge, elle, avance d'une minute par heure. **À quelle heure Mathias les a-t-il remontés ?**

## 12 - 7 UNE CHANCE

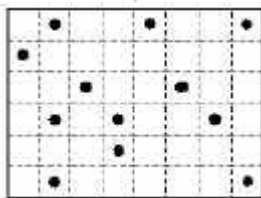
On écrit dans l'ordre croissant les carrés des nombres entiers à deux chiffres : 102, 112, 122, ... Ensuite, on calcule ces carrés et, pour chacun d'eux, on additionne les chiffres jusqu'à ce qu'on obtienne un nombre à un seul chiffre (par exemple,  $942 = 8836 \rightarrow 25 \rightarrow 7$ ). **Quel est le treizième nombre à deux chiffres dont le carré aboutit à un 7 ?**

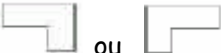

## 13 - LA VIEILLE CALCULATRICE

Ma calculatrice est usée : elle calcule bien, mais elle ne fait apparaître sur son écran que les chiffres impairs et des points à la place des chiffres pairs. Je viens de taper un nombre à six chiffres, puis d'appuyer sur la touche  $\sqrt{\quad}$ . Elle affiche alors :  $\sqrt{\dots\dots 7} = \dots\dots$ .  
**Donnez le nombre de solutions possibles ainsi que chacune de ces solutions.**

## Demi-finale 17<sup>e</sup> championnat (H03)

### 7 - PIÈCES À DÉCOUPER



Dans mon magazine, j'ai trouvé un jeu à découper. Douze pièces de forme  ou  ayant chacune un seul point noir sont à découper dans le rectangle ci-dessus. **Indique un découpage possible.**

### 8 - LE CLUB DES CINQ

C'est la première séance du club. Parmi les cinq filles présentes, certaines sont amies et d'autres non. Chacune a deux ou trois amies dans le groupe, et lorsque deux filles sont amies, elles n'ont jamais le même nombre d'amies dans le groupe. Amélie et Béatrice sont amies avec Clarisse, et Elisabeth a trois amies. **Mais quelles sont les amies de Dominique ?**

### 9 - RÈGLE À CALCUL



Cette règle contient 10 nombres écrits à raison d'un par case (deux nombres sont déjà écrits). La somme des trois nombres écrits dans les trois cases de gauche est égale à 11. A chaque fois que l'on fait glisser la fenêtre d'une case vers la droite, la somme des trois nombres inscrits à l'intérieur augmente d'une unité. **Complétez les cases vides.**

### 10 - LE CONCOURS

A ce concours de maths, il y avait deux fois plus de filles que de garçons. Chacun des participants a obtenu 8, 9 ou 10 points, et à eux tous ils totalisent 156 points. **Combien de garçons participaient à ce concours ?**

### 11 - PALINDROME SANS RÉPÉTITION

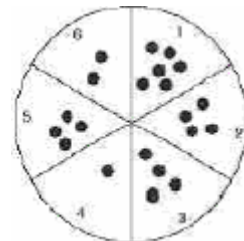
Le nombre 145541 est un nombre palindrome car on le lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche. De plus, les nombres à deux chiffres consécutifs que l'on peut lire dans son écriture : 14, 45, 55, 54 et 41 sont tous différents. **Trouvez le plus grand nombre palindrome ayant la même propriété et dont l'écriture ne contient que les chiffres 1, 2 et 3.**

## 12 - DIVISIBILITÉ CONSÉCUTIVE

Quels sont les deux plus petits nombres entiers consécutifs dont les sommes des chiffres sont toutes les deux divisibles par 7 ?

## 13 - EWALA

Vingt-et-un pions sont disposés dans les six secteurs d'un plateau en forme de disque comme l'indique le dessin. Un "coup" consiste à choisir deux pions quelconques du plateau et à déplacer chacun d'eux du secteur où il est situé vers un des deux secteurs voisins. **Combien de coups seront-ils nécessaires, au minimum, pour que tous les pions soient dans le même secteur ?**



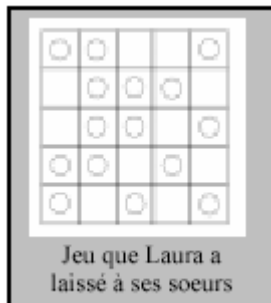
## Finale 17<sup>e</sup> championnat (H03)

### 7 - LES SEPT 7

Les signes ( ), + et × du calcul de Mathie ont été effacés. **Remets-les à la bonne place** pour que l'égalité suivante soit juste :

$$7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7 = 707$$

### 8 - LA GUERRE DES JETONS

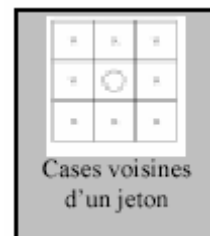


Laura a lancé un défi à ses sœurs Emilie et Léa :

« Êtes-vous capables de bouger seulement 3 jetons, pour avoir 3 jetons dans chaque rangée, 3 jetons dans chaque colonne et 3 jetons dans chaque diagonale ? »

Elles semblaient trop sûres d'elles, elle a donc ajouté une contrainte : « Vous ne pouvez déplacer un jeton que sur une case voisine ». Ses sœurs ont réussi.

**Dessine ce qu'elles ont obtenu.**



### Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

*Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).*

### 9 - LES QUATRE CERCLES

On considère 4 cercles dans le plan, de même rayon; deux cercles ne sont jamais tangents; la figure formée par les 4 cercles est d'un seul tenant. **Combien y a-t-il, au minimum, de points d'intersection entre les cercles au total ?**

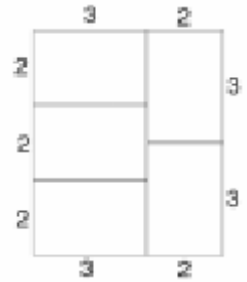
### 10 - B.D. BIEN SÛR

Aux Editions Rackham, les B.D. sont en solde. Un premier libraire achète 51 albums de *P'tit Taf* et 15 albums de *Tal Hesse* pour 2001 euros. Un second achète 15 albums de *P'tit Taf* et 55 albums de *Tal Hesse* pour 2005 euros. Un troisième libraire, les voyant sortir, dit : « On n'est pas en 2001 ni en 2005, mais en 2003 ». Et il obtient des albums des deux sortes pour 2003 euros. **Combien en a-t-il de chaque sorte?**



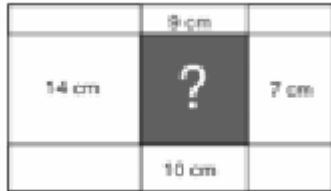
### 11 - CARRÉMENT TÊTUE

Nina et Thomas jouent avec des dominos rectangulaires mesurant 2 cm sur 3 cm. Ils ont décidé de former un carré en les juxtaposant et sans laisser de vide. Thomas trouve rapidement une solution avec six dominos. Nina, de son côté, s'est mise en tête d'y parvenir avec la disposition ci-contre pour point de départ.



Combien devra-t-elle rajouter de dominos, au minimum, pour y parvenir ?

### 12 - LE PÉRIMÈTRE MYSTÉRIEUX



Un rectangle a un périmètre égal à 34 cm. On partage ce rectangle en neuf rectangles plus petits en traçant des lignes parallèles aux bords. Le périmètre de certains de ces petits rectangles est indiqué sur la figure.

Quel est le périmètre du rectangle central grisé ?

Note : le dessin ne respecte pas les proportions exactes des rectangles.

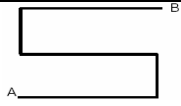
### 13 - LA GRANDE PYRAMIDE

La grande pyramide du pharaon Mathankhamon a une base carrée de 100 m de côté, et ses quatre faces sont des triangles équilatéraux. Oscar le scarabée est au pied de la pyramide, au milieu de la base de la face Sud. Il souhaite se rendre au point diamétralement opposé (au milieu de la base de la face Nord) par le chemin le plus court possible, en escaladant la pyramide si nécessaire. Quelle distance parcourra-t-il ?

Note : On pourra prendre, si besoin est, 1,414 pour  $\sqrt{2}$  et 1,732 pour  $\sqrt{3}$ .

## RÉPONSES

	QF 16° (A01)	DF 16° (H02)	F 16° (H02)	QF 17° A(02)	DF 17° (H03)	F 17° (H03)
Q7	3 tours			12 triangles		$(7+7) \times 7 \times 7 + 7+7$
Q8	DRE PVC MKB ou MKB PVC DRE	x 2 9 10 1 7 5	222242	4 bonbons	Clarisse et Élisabeth	
Q9	1 <sup>er</sup> février 2010	1 solution : 1982		2028	1 solution : 	4 points
Q10	4 paires de familles	1429 secondes	7 unités	7 points	1 sol : 6 garçons	3 sol : (33 ; 35), (5 ; 66), (61 ; 4)
Q11	123*4+5+6+7-89=421 123*4-5-67-8+9=421 12+34+56*7-8-9=421 12-34-5-6+7+8+9=421 1+23+4+56*7-8+9=421 1+2+345-6+7+8*9=421	6 endroits 	40 pièces	15h45	32133123	19 dominos

	(suite page suivante) $1+2*3+4+5*6+7+8+9=421$ $1-2*3/4+5*6+7*8*9=421$ $1*2+3*4+5*6+7*8*9=421$ $1*2*3+4*5-6+7+8+9=421$ $1*2+3-4+5/6*7*8*9=421$ Et avec 0... $0*1+2+3*4+5*6+7+8+9=421$ $0*1+2+3+4-5+6+7+8+9=421$ $0-1+2+3+4+5+6+7+8-9=421$ $0-1+2+3-4+5+6+7+8+9=421$ $0*1-2+3-4+5*6+7+8+9=421$					
Q12	371 cm <sup>2</sup>	1 sol : 250	11 grammes	67	69 999 et 70 000	1 sol : 6 cm
Q13	1 solution: 130 cm <sup>2</sup> (129,90 cm <sup>2</sup> au mm <sup>2</sup> près), soit $75\sqrt{3}$		11 billets	1 sol : 826	14 coups	150 m