

Catégories PS et HC

Quart de finale 13^e championnat (A98)

5 - LES BILLES DE MATHIAS

Mathias a dans son sac 30 billes de trois couleurs. Il sait que s'il retire de son sac 25 billes choisies au hasard, il y aura parmi elles au moins 3 billes blanches, au moins 5 bleues et au moins 7 vertes. **Combien le sac de Mathias contient-il de billes bleues ?**

6 - PETIT DEJEUNER

Ce matin, pour le petit déjeuner, il y avait deux cruches identiques, l'une remplie de café et l'autre remplie de lait. Chaque membre de la famille s'est servi et a bu 125 millilitres de café au lait, après avoir fait le mélange selon les proportions qui lui conviennent. Mathias s'est servi le premier. Il a bu le quart de la cruche de lait et le sixième de la cruche de café. Après que le dernier membre de la famille se soit servi, il restait moins de 125 ml dans le deux cruches réunies. **Combien de personnes, Mathias compris, compte cette famille ?**

7 - LE TERRAIN DU PÈRE SIFFLEUR

Le Père Siffleur possède un terrain carré représenté ci-contre, dont le côté mesure un nombre entier d'hectomètres. Il décide de partager son terrain en quatre parcelles rectangulaires. Les trois premières parcelles ont des aires respectives de 18 hm², 27 hm² et 72 hm². **Quelle est l'aire de la quatrième parcelle ?**

27 hm ²	18
?	72 hm ²

8 - LA CHAÎNE TRICOLEURE



Francis a trouvé trois fragments de chaîne. Les chaînons sont de trois couleurs : bleus (notés 1), blancs (notés 2) et rouges (notés 3). Francis aimerait bien constituer une chaîne unique dans laquelle les chaînons seraient bleu, blanc, rouge, bleu, blanc, rouge, et ainsi de suite jusqu'au dernier chaînon rouge. Pour cela, il doit obligatoirement ouvrir et refermer quelques chaînons ! Sachant qu'il met 30 secondes pour ouvrir un chaînon et 30 secondes pour le refermer, **quelle est la durée minimale nécessaire pour constituer une chaîne tricolore de 12 chaînons ?**

9 - LE POUSSE-POUSSE DE FRANCINE



Francine s'est fabriqué un petit pousse-pousse dans lequel elle a inscrit son nom (dessin n° 1). Une amie malicieuse s'est amusée à mélanger l'ordre des lettres en les faisant glisser un peu au hasard, mais sans les sortir de la boîte (dessin n° 2). Francine demande en **combien de coups au minimum** il est possible de rétablir son nom. *Attention, un "coup" peut être le déplacement d'une ou de deux lettres dans une même direction, avec le pouce ! Ainsi, si on "descend" les lettres E et C, cela ne compte que pour un coup.*



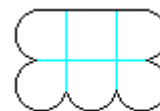
10 - CRYPTARITHME

$$\begin{array}{r} \text{J E U} \\ + \text{U M E} \\ \hline = \text{F F J M} \end{array}$$

Comme dans tout cryptarithme, deux lettres différentes représentent toujours deux chiffres différents, et deux chiffres différents sont toujours représentés par deux lettres différentes. De plus, aucun nombre ne commence par un zéro. **Trouvez le nombre de solutions et donnez-en deux.**

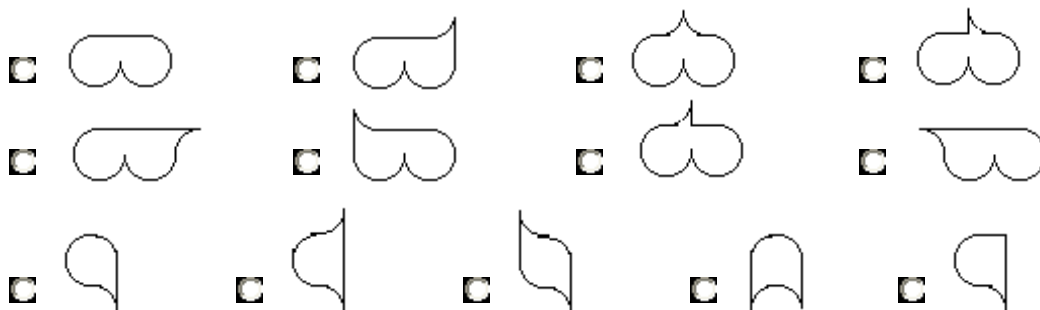
11 - LE CHAMP DES SIX REINES

Le vieil Ulysse possède un champ ayant la forme du dessin ci-contre. Il veut le partager entre ses 6 filles, qu'il se plaît à appeler ses petites reines. Chaque part doit avoir la même surface et la même forme à un retournement près.



Faites le partage du champ des six reines.

Vous indiquerez quel est le motif qui correspond au découpage de votre choix.



12 - LES QUADRILATÈRES

Combien de quadrilatères différents, non superposables, même avec retournement, peut-on tracer en utilisant quatre points du réseau ci-contre ?

• • •
• • •
• • •

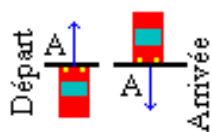
Note : Tous les types de quadrilatères, croisés ou non, sont envisagés à l'exception des quadrilatères aplatis.

13 - LES DOMINOS



Deux joueurs, Bernard et Gilles, s'affrontent sur le tableau représenté ci-dessus. Le jeu consiste à déposer à tour de rôle un domino qui doit recouvrir exactement deux cases contiguës libres. (Il y a au départ exactement 11 cases.) Le premier joueur ne pouvant plus jouer est perdant. Bernard commence, mais Gilles a, en contrepartie, le privilège de pouvoir limiter le nombre de cases du tableau, qui comptera un nombre de cases compris, au sens large, entre 2 et 11. Quel nombre de cases doit choisir Gilles pour être sûr de gagner, quel que soit le jeu de son adversaire ? Répondez 0 si vous pensez qu'il n'existe aucun choix gagnant pour Gilles.

14 - LE JOUET DE FRANCIS



Francis vient de recevoir pour son anniversaire un modèle réduit de voiture radiocommandé. Celui-ci ne peut se déplacer qu'en marche avant, soit en ligne droite, soit sur des arcs de cercle de rayon 63 cm. Francis essaie son nouveau jouet au milieu d'un immense parking désert. Sa voiture se trouve en A, orientée vers le Nord. Quelle distance minimale Francis doit-il faire parcourir à son jouet pour qu'il se retrouve en A, orienté vers le Sud ? On prendra $22 / 7$ pour π .

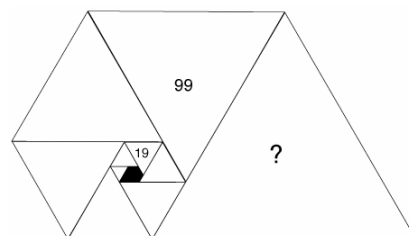
15 - Les dés de la FFJM

Quatre dés tétraédriques, parfaitement équilibrés, portent sur leurs faces les lettres F, F, J, M (un patron d'un des dés est représenté ci-contre). On lance quatre fois ces quatre dés.

Déterminez la probabilité pour que les quatre faces cachées indiquent au moins une fois F, F, J, M. On donnera la réponse sous forme d'une fraction irréductible.

16 - LE FOSSILE DE L'ANNEE

Le fossile de l'année est composé de dix triangles équilatéraux disposés comme sur le dessin. Le côté de chaque triangle mesure un nombre entier de millimètres. Deux de ces triangles, signalés sur le dessin, ont des côtés mesurant respectivement 19 mm et 99 mm. **Donnez la mesure, exprimée en mm, du côté du plus grand triangle du fossile de l'année.**



Demi-finale 13^e championnat (H99)

5 - ENTRE CHATS ET CHIEN

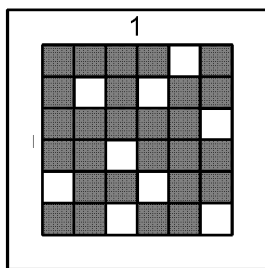
Mathias doit deviner le nom d'un animal (en cinq lettres). Il a proposé à Mathilde les noms d'animaux ci-dessous, et, à chaque fois, elle lui a répondu en donnant, dans cet ordre, le nombre de lettres justes et bien placées, et le nombre de lettres justes mais mal placées.

CHATS	02
LIONS	10
TIGRE	20
PAONS	00
BOEUF	11
CHIEN	04

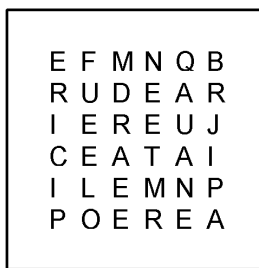
Ainsi, pour **C H A T S**, il n'y a aucune lettre juste et bien placée, et il y a deux lettres justes mais mal placées. **Quel est le nom de l'animal à deviner ?**

6 - UNE HISTOIRE À TOURNER EN ROND

Alice a envoyé un message codé à Bob. Malheureusement, celui-ci a laissé traîner le message et la grille de décodage. Charles, qui passait par là, a su trouver la signification du message. **Quelle phrase Alice a-t-elle envoyée ?**



Grille de décodage



Message codé

7 - LA FAMILLE SEPTIME

Monsieur et Madame Septime ont sept enfants nés, curieusement, tous les sept un 7 juillet. Chaque année, pour leur anniversaire, Madame Septime offre à chacun un gâteau comportant autant de bougies qu'il a d'années. Jean Septime, le plus jeune, se souvient qu'il y a cinq ans, il y avait, au total, deux fois moins de bougies que cette année. **Combien de bougies seront allumées cette année ?**

8 - LE POIDS DES ANS

Le village de Cent-le-Vieux compte exactement 100 habitants. Le plus âgé est né en 1900 et tous les habitants sont nés une année différente, mais tous le 1er janvier. En 1999, la somme des quatre chiffres de l'année de naissance de Jules est égale à son âge. **Quel est l'âge de Jules ?**

9 - DIALOGUE DE SOUS

Tic et Tac ont fait de gros progrès en arithmétique et ils s'affrontent maintenant en ces termes :

Tic : " Le montant de mes économies est très supérieur au tien ! C'est un nombre à trois chiffres, c'est un multiple de 9 et il se termine par un 8. "

Tac : " Celui des miennes est aussi un nombre à trois chiffres. Mais c'est seulement un multiple de 3 et il se termine par un 2 ! "

Combien de francs Tic possède-t-il de plus que Tac, au maximum ?

10 - LE LIVRE DE MATHILDE

Mathilde lit un livre de 225 pages. La somme des chiffres des numéros des deux premières pages du deuxième chapitre est égale à 18. Chose curieuse, la somme des chiffres des numéros des deux dernières pages de ce chapitre est aussi égale à 18. **Combien de pages le deuxième chapitre du livre de Mathilde compte-t-il ?**

11 - LE TERRAIN D' YHIEUX

Le père Yhieux, qui n'a jamais eu froid aux yeux, possède un terrain rectangulaire presque carré : sa longueur et sa largeur, qui sont des nombres entiers de mètres, diffèrent d'exactly un mètre. L'aire du terrain du Père Yhieux, exprimée en mètres carrés, est un nombre remarquable à 4 chiffres : son chiffre des mille et son chiffre des centaines sont égaux, et il en est de même de ses chiffres des dizaines et des unités. **Quelle est la largeur du terrain d'Yhieux ?**

12 - CARRÉS TRÈS SPÉCIAUX

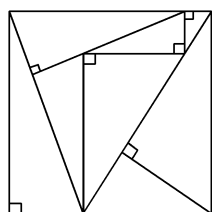
Le plus petit entier dont la somme des chiffres vaut 1 est le nombre 1. Le plus petit entier dont la somme des chiffres vaut 2 est le nombre 2. Le plus petit entier dont la somme des chiffres vaut 3 est le nombre 3 ... Le plus petit entier dont la somme des chiffres vaut 10 est le nombre 19. Le plus petit entier dont la somme des chiffres vaut 11 est le nombre 29. etc. On écrit ainsi la liste de nombres obtenue (elle est infinie) : 1, 2, 3,, 19, 29, **Quel est le plus grand nombre de cette liste qui soit le carré d'un nombre entier ?** Répondez 0 si vous pensez qu'un tel nombre n'existe pas.

13 - L'AQUARIUM

Un aquarium posé sur une table a la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur 30 cm. On le remplit d'eau à ras bord, puis on le fait pivoter autour d'une des arêtes de la base, jusqu'à ce que le fond fasse un angle de 45° avec le plan de la table. Un tiers de son contenu se répand alors sur la table.

On le remplit à nouveau à ras bord, puis on le fait pivoter autour d'une autre arête de la base, jusqu'à ce que le fond fasse à nouveau un angle de 45° avec le plan de la table. Les quatre cinquièmes de son contenu se répandent alors sur la table. **Quel est le volume de l'aquarium** (on donnera la réponse en cm cubes) ?

14 - UN PARTAGE DU CARRÉ



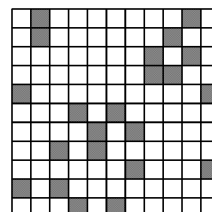
On partage un carré en huit triangles rectangles tous différents les uns des autres, mais aussi tous semblables : la longueur du plus grand côté de l'angle droit est toujours égale au double de celle du petit. La figure ci-dessous, qui ne respecte pas les proportions montre le résultat obtenu. Toutes les surfaces des triangles, exprimées en cm^2 , sont des nombres entiers. **Quelle est, au minimum, l'aire du carré, exprimée en cm^2 carrés ?**

15 - LA POLKA DES DISQUES

Deux disques A de centre O et B de centre P, tangents extérieurement, pratiquent le mouvement de danse suivant, qui comprend deux temps. A commence par rouler sur B, dans le sens des aiguilles d'une montre, de façon que son centre ait tourné d'un angle α strictement compris entre 0° et 180° autour du point P. Ensuite, c'est au tour de B de rouler autour de A, dans le sens des aiguilles d'une montre, d'un angle $\alpha/2$ autour du point O. Les partenaires effectuent 10 mouvements complets de cette danse, après quoi ils se retrouvent pour la première fois globalement dans leur position de départ. **Donnez la valeur de l'angle α en degrés.**

16 - CHOIX SUR L'ÉCHIQUIER

Sur un échiquier 11×11 , on a choisi 22 cases à raison de deux par ligne et deux par colonne (un exemple est donné ci-dessous). Deux choix sont considérés comme équivalents s'ils peuvent se déduire l'un de l'autre par des permutations de lignes et des permutations de colonnes. **Combien existe-t-il de choix non-équivalents ?**



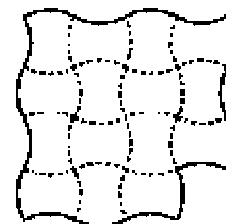
Quart de finale 14^e championnat (A99)

5 - HISTOIRE DE BILLES

Mathilde a deux billes de plus que Mathias. Le nombre de billes de Mathias est le double du nombre de billes de Matthieu. Matthieu a sept billes de moins que Mathilde. **Combien ont-ils de billes à eux trois?**

6 - LE CARRELEUR AMÉRICAIN

Tom, carreleur originaire des Amériques, fabrique lui-même les «carreaux» qu'il utilise. Aujourd'hui, il a fabriqué cinq «carreaux» identiques pour «carreler» la forme ci-contre. Les bords des carreaux, qui ne peuvent être retournés, suivent les lignes du «quadrillage». **Retrouvez la position des cinq carreaux.**



7 - CHOIX SUR L'ÉCHIQUIER

Dans ce cadre, il y a
consonnes de plus que de voyelles.

Complétez le cadre ci-dessus à l'aide d'un nombre écrit en toutes lettres, de telle sorte que la phrase qu'il contient soit vraie.

8 - LA FURIBARDE

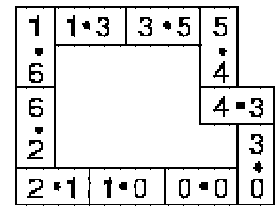
Le "lapgourou" est un animal qui court en ligne droite de la manière suivante : il met 2 secondes pour faire un saut de 4 m, il se repose une seconde et il recommence à sauter.

La "furibarde" est un animal qui saute moins loin; elle met une seconde pour faire un bond de 3 m, mais elle ne s'arrête pas entre les bonds.

La furibarde est à 32 m du lapgourou qu'elle décide de poursuivre. Elle ne peut capturer le lapgourou que lorsqu'il est arrêté. **Dans combien de secondes, au maximum, pourra-t-elle le faire?**

9 - CHAÎNE DE DOMINOS

Philippe possède un jeu complet de 28 dominos (du 0-0 au 6-6). Sa sœur Sophie lui a subtilisé les 7 dominos comportant un 6 (de 0-6 à 6-6). Qu'à cela ne tienne ! Philippe décide de former une chaîne fermée avec les dominos restants, en respectant la règle du jeu de dominos. On rappelle que deux dominos ne peuvent être mis en contact que par un côté portant le même nombre de points (voir l'exemple donné avec 10 dominos). **Quelle sera le nombre maximum de dominos utilisés par Philippe pour former une chaîne fermée?**



10 - TÉLÉPHONE

Lorsque Pierre demande à Marie son numéro de téléphone pour pouvoir l'appeler, celle-ci répond :

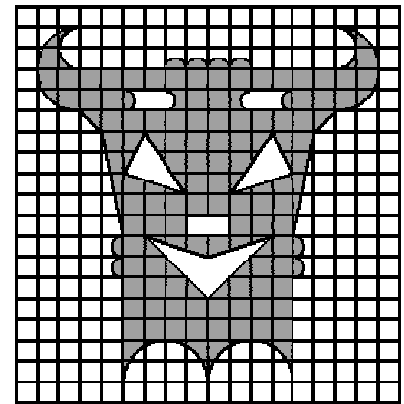
"Comme tous les numéros de téléphone français, il est formé de 10 chiffres que l'on a l'habitude de grouper par deux. Les dix chiffres sont tous différents, et chaque groupe de deux chiffres est supérieur à la somme de tous les groupes précédents. De plus, si l'on considère le nombre que forme ce numéro, c'est le plus petit possible." **Quel est le numéro de téléphone de Marie?**

Note: on rappelle qu'en France le premier chiffre d'un numéro de téléphone est le 0 (opérateur téléphonique) est le second est compris entre 1 et 6 inclus (pour les particuliers comme Marie tout du moins).

11 - LE MASQUE INCA

Des recherches archéologiques viennent de révéler à nos yeux émerveillés un masque inca en or pur. Le plan de ce masque est représenté ci-contre sur un plan quadrillé. **Calculez l'aire de ce masque, l'unité d'aire étant l'aire d'un petit carreau.**

On n'oubliera pas de déduire l'aire des yeux, de la bouche, du nez et des sourcils. Pour d'éventuels calculs, on prendra $355/113$ pour π .



12 - LA FRACTION

? On choisit le numérateur (a) et le dénominateur (b), qui peuvent être égaux ou différents, de la fraction (a/b) ci-dessus dans l'ensemble {1; 2; 3; 4; 5; 6}. **Combien de valeurs différentes la fraction peut-elle prendre? Remarque : 2/1 est une fraction.**

13 - LE COUPLE PARFAIT

Deux nombres se marient pour former un nouveau nombre. Un couple de nombres entiers plus grands que 0 est dit parfait si chacun des nombres est un carré parfait ainsi que le nombre obtenu en les juxtaposant. Ainsi, (324;9) est le plus petit couple parfait supérieur à 1999, car 324, 9 et 3249 sont des carrés. (On dit qu'il est supérieur à 1999 car le nombre formé, 3249, est supérieur à 1999.)

Combien y a-t-il de couples parfaits inférieurs à 1999? Donnez-en deux.

14 - LE CARRÉ ET LE RECTANGLE

Un rectangle dit à un carré : "Tiens, nous avons des diagonales égales".

- Certes, répond le carré, mais j'ai une aire de 144 cm^2 , tout le monde ne peut pas en dire autant !

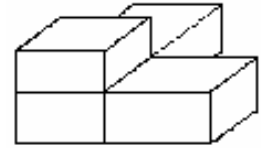
- Voyons cela, rétorque le rectangle, en appliquant une de ses diagonales sur une des diagonales du carré.

Tous deux constatent alors que leur partie commune a une aire de 96 cm^2 .

Quelle est l'aire du rectangle?

15 - LES BRIQUES DE MARK OV

Les briques de Mark Ov sont des parallélépipèdes rectangles ne possédant aucune face carrée. Les dimensions de chaque brique sont entières, dans une certaine unité. De plus, ces briques présentent la particularité que la somme des carrés de leurs trois dimensions est égale au triple de leur produit, à l'instar du cube de côté unité. Un exemple d'une telle brique est (2 ; 5 ; 29), puisque $2^2 + 5^2 + 29^2 = 3 \times (2 \times 5 \times 29) = 870$. La figure ci-dessus, qui ne respecte pas les proportions, montre quatre briques de Mark Ov assemblées en coin. Pour chacune des trois surfaces de contact, les deux dimensions de chacune des deux briques correspondent exactement. **Si les quatre briques sont toutes différentes les unes des autres, quel est le volume minimum de la plus volumineuse d'entre elles?**



16- LE CARRÉ DANS LA PETITE LARME

La "petite larme" représentée ci-dessus est formée de deux demi-cercles de rayon 5 cm et d'un demi-cercle de rayon 10 cm. On place 4 points A, B, C, D sur le pourtour de cette petite larme de telle sorte que ABCD soit un carré. **Quelle est l'aire de ce carré ?**



Demi-finale 14^e championnat (H00)

5 - BON ANNIVERSAIRE

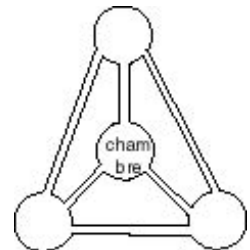
Pour les douze ans de Mathilde, ses parents ont commandé au pâtissier des biscuits très particuliers... en forme de triangles, et de périmètre 12 cm. De plus, les côtés des triangles mesurent tous des nombres entiers de centimètres. **Combien de formes différentes le pâtissier va-t-il pouvoir réaliser (on peut les retourner) ?**

6 - LE NUMÉROTAGE DES PAGES

Pour numéroter toutes les pages d'un gros cahier, à partir de la page n° 1, Audrey a utilisé deux fois plus de chiffres que le nombre de pages de ce cahier. **Combien ce cahier comporte-t-il de pages ?**

7 - LES GARDE-MANGER DE MIRÔ

Le terrier de Mirô, la taupe, comprend quatre pièces reliées par six galeries. L'une de ces pièces est la chambre à coucher de Mirô, et les trois autres lui servent de garde-manger: Mirô y entrepose ses réserves de vers de terre. La mémoire de Mirô étant aussi bonne que sa vue, pour s'y retrouver, celle-ci a placé dans chaque galerie un petit écriteau sur lequel elle a inscrit la différence entre les nombres de vers de terre (le plus grand moins le plus petit) des deux pièces situées aux extrémités de cette galerie. Voici ce qu'indiquent les six écriteaux aujourd'hui: 1, 2, 3, 4, 5, 6. **Quels sont les nombres de vers de terre contenus dans les trois garde-manger de Mirô, du moins rempli au mieux rempli?** Note: la chambre à coucher ne contient, bien sûr, aucun ver de terre.

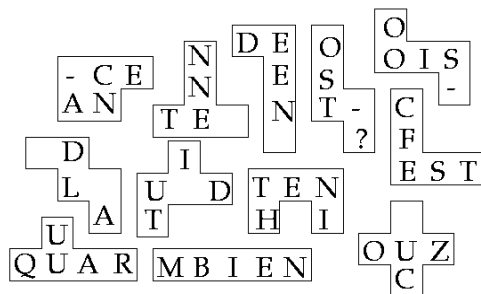


8 - LES BARRES CHOCOLATÉES

Mes quatre cousins arrivent dimanche matin pour le petit déjeuner à la maison, pour douze jours de vacances. Ils sont aussi gourmands que nous ! Heureusement, ma mère, prévoyante, a acheté 168 barres chocolatées afin que chacun puisse, pendant les douze jours, en recevoir une à chaque petit déjeuner et à chaque goûter. Hélas, au soir du neuvième jour, nos cousins doivent interrompre leur séjour et rentrer chez eux. Nous déguster les barres **Quel jour de la semaine croquerons-nous la dernière barre ?**

$$9 - 12 \times 5 = 6 \times 10$$

PS-HC



continons, malgré leur absence, à chocolatées à la même fréquence. **croquerons-nous la dernière barre ?**

10 - EMBROUILLE SUR LA FEUILLE DE MATCH

Pendant les derniers matches avant la finale de la coupe de basket, nous avons bien vu dans les tribunes un espion de notre future équipe adverse. Il notait notre tactique habituelle. Il nous faut perturber les repères qu'il a pu prendre. Nous avons donc décidé de redistribuer nos cinq maillots numérotés de façon qu'aucun de nous cinq ne porte son numéro habituel. **De combien de manières pouvons-nous effectuer cette redistribution ?**

11 - L'ALPHABET DU MILLÉNAIRE

$$A = 2\ 000$$

$$B = A - 999$$

$$C = A + B - 998$$

$$D = A + B + C - 997$$

...

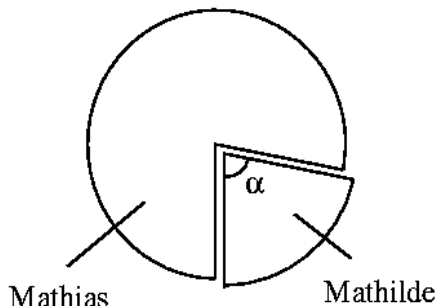
$$Z = A + B + C + \dots + Y - 975$$

Combien vaut Z ?

12 - LA CALCULATRICE DE JEAN-CHRISTOPHE

Sur la calculatrice de Jean-Christophe, il ne reste que trois des touches de 1 à 9 qui fonctionnent. En utilisant uniquement ces trois touches, Jean-Christophe ajoute les six nombres possibles à deux chiffres distincts qu'il peut former. Ô miracle, la somme qui s'affiche utilise encore ces trois mêmes chiffres. **Que vaut cette somme ?**

13 - LES DEUX CÔNES



Mathilde et Mathias sont au collège. Leur professeur a donné à chaque groupe de deux élèves un disque de papier de 20 cm de diamètre.

La consigne est de découper le disque en deux secteurs et d'en faire deux cônes en rapprochant les bords coupés. Chacun s'affaire en coupant suivant son bon plaisir. Ainsi Mathilde a découpé un secteur et elle donne la partie restante à Mathias (voir figure).

Soigneusement, du papier adhésif est collé pour achever la mise en forme des deux cônes. Ils peuvent alors constater que le cône de Mathilde est deux fois plus haut que celui de Mathias !

Quelle est la valeur de l'angle α du secteur découpé par Mathilde, arrondi au degré le plus proche ?

Pour d'éventuels calculs, on prendra : 2,236 pour la racine carrée de 5 ; 2,646 pour la racine carrée de 7 ; 3,317 pour la racine carrée de 11 ; 3,606 pour la racine carrée de 13 et $\pi = 3,1416$.

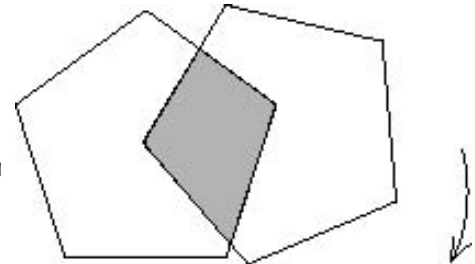
14 - UNE MULTIPLICATION

$$\begin{array}{r}
 * * * * \\
 \times * * 7 * \\
 \hline
 * * * * * \\
 + * * * * \\
 + * * * * \\
 \hline
 * * * * * * * *
 \end{array}$$

Dans cette multiplication, le chiffre 7 apparaît une fois et une seule. Ainsi, chaque étoile (*) représente un chiffre de 0 à 9 différent de 7. De plus, l'écriture d'aucun nombre ne commence par un 0. **Quel en est le résultat ?**

15 - LE RADAR DU PENTAGONE

Le siège de l'état-major de l'armée des États-Unis est un bâtiment en forme de pentagone régulier, dit le Pentagone. Les services secrets viennent d'y installer un radar révolutionnaire dont la zone de détection, qui couvre également l'extérieur du bâtiment, est un pentagone identique tournant autour d'un sommet situé au centre du Pentagone. **Quel est, au maximum, le pourcentage de la surface du Pentagone couvert par la zone de détection du radar, en gris sur la figure ?** On prendra, si besoin est, 2,236 pour la racine carrée de 5, et on arrondira à l'entier le plus proche.



16 - LE CARNET DE TIMBRES

Il est possible d'obtenir toutes les sommes entières de 1 à 36 en découpant un ou plusieurs timbres dans un carnet de timbres rectangulaire de deux timbres sur trois portant les valeurs 1, 2, 3, 5, 8 et 17, les timbres restants formant toujours un ensemble d'un seul tenant. **Pouvez-vous reconstituer ce carnet en plaçant la plus petite des quatre valeurs de coin en haut et à gauche ?**

$$\begin{array}{r}
 1\ 2\ 3 \\
 \hline
 5\ 8\ 17
 \end{array}$$

L'exemple de la figure ci-dessus ne convient pas car il est impossible d'obtenir les sommes 7, 10, 12, 15, 24, 27, 29 et 32.

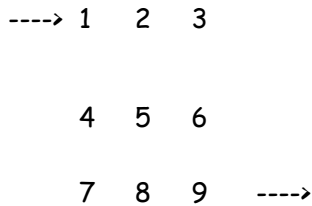
Finale 14^e championnat (H00)

5 - LE DÉ DE BILL

Bill, qui n'est pas bête, possède un dé un peu particulier, dont deux positions différentes sont représentées ci-contre. Les nombres sont disposés de telle sorte que la différence entre les nombres portés sur deux faces opposées est toujours la même. **Quel est le nombre écrit sur la face opposée à celle portant le nombre 21?**



6 - LE COMPTE EST BON

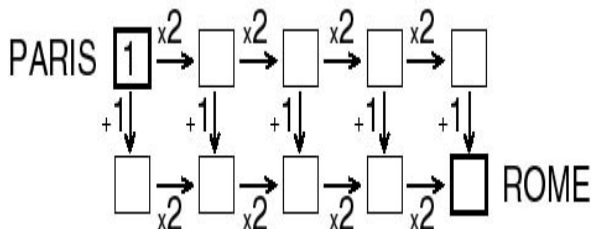


Dans la grille ci-dessus, on entre par la case numérotée 1 et on sort par la case numérotée 9. On ne peut se déplacer qu'horizontalement ou verticalement, et il est interdit de passer deux fois par la même case. En passant par les cases 1-2-5-8-9, la somme obtenue est égale à 25. Mais tous les chemins ne conduisent pas forcément à un total de 25. **Donnez, de la plus petite à la plus grande, les neuf autres sommes réalisables.**

7 - LE PARTAGE DU PAYS PLAN

Mathilde dessine dans le Pays Plan cinq routes droites de façon que trois des cinq routes se croisent en un même endroit et que trois des cinq routes soient parallèles. **En combien de régions ces cinq routes partagent-elles le Pays Plan ?**

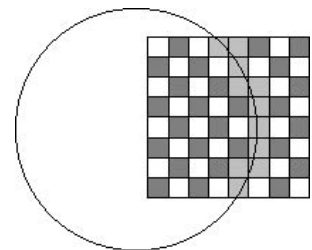
8 - TOUS LES CHEMINS MÈNENT À ROME



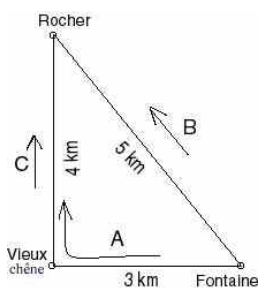
On passe d'une case à la suivante :
 * en multipliant par 2 si on se déplace vers la droite ;
 * en ajoutant 1 si on se déplace vers le bas.
 On ne peut aller ni vers le haut, ni vers la gauche. On part de Paris avec 1 et on parcourt tous les chemins possibles de Paris à Rome. **Quelle est la somme de tous les nombres obtenus à Rome ?**

9 - CERCLE SUR L'ECHIQUIER

Mathias a dessiné un échiquier sur une feuille de papier. Il prend ensuite son compas et trace un cercle qui passe à l'intérieur de plusieurs cases de l'échiquier (le dessin montre un exemple où le cercle traverse 11 cases de l'échiquier). **Si Mathias choisit bien le centre et le rayon de son cercle, combien de cases peut-il traverser, au maximum ?**



10 - LES TROIS RANDONNEURS



Trois randonneurs se déplacent sur le circuit pédestre représenté ci-contre, chacun marchant toujours dans le même sens, comme indiqué sur la figure, et à vitesse constante. Albert et Béatrice marchent à la même vitesse, tandis que Camille marche deux fois plus vite. Albert et Béatrice sont partis à 10 heures de la fontaine, et Camille à 11 heures du vieux chêne, juste au moment où Albert y passait. **À quelle heure Béatrice et Camille se rencontreront-elles pour la première fois ?**

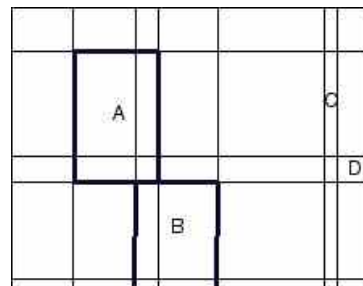
11 - LE FÉVRIER DES 5 JEUDIS

Quelle sera la prochaine année où le mois de février comptera cinq jeudis ?

Note : Nous sommes le samedi 13 mai 2000.

12 - 2000 RECTANGLES POUR L'AN 2000

Pour fêter l'an 2000, Léonard a réalisé un beau dessin. Pour cela, il a tout d'abord dessiné un grand rectangle sur une feuille de papier. Il a ensuite partagé ce rectangle en traçant des lignes joignant les côtés opposés du rectangle et perpendiculaires à ceux-ci. Il a enfin peint les différents rectangles obtenus.



« Tu as vu, dit-il à son père, il y a exactement 2000 rectangles. »

« C'est vrai si on ne compte que les rectangles élémentaires, mais si on compte tous les rectangles possibles, alors il y en a beaucoup plus ! », lui répond celui-ci. **Combien le dessin de Léonard compte-t-il de rectangles, au maximum ?** Note : On appelle "rectangle élémentaire" un rectangle qui n'est pas traversé par une ligne, comme les rectangles C et D de l'exemple, les rectangles A et B n'étant pas élémentaires.

13 - AUDREY CHERCHE LA LUMIERE

Audrey entre dans une pièce non éclairée et munie de trois interrupteurs numérotés 1, 2 et 3, dont elle ne connaît pas les états. Chaque interrupteur peut être ouvert ou fermé, et pour que la pièce soit éclairée, il faut qu'ils soient tous les trois fermés. Audrey appuie sur l'interrupteur n° 1 ; la pièce ne s'éclaire pas. Audrey appuie ensuite sur l'interrupteur n° 2 ; la pièce ne s'éclaire toujours pas. Elle cherche alors une stratégie qui lui permette d'éclairer la pièce en un nombre minimum d'essais. En appliquant cette stratégie, **quelle séquence d'interrupteurs Audrey doit-elle actionner, dans le pire des cas ?** On désignera la stratégie en écrivant successivement les chiffres correspondant aux interrupteurs à appuyer **SANS** les séparer par des espaces.

14 - LE JEU NUMERIQUE

Mathilde et Mathias jouent avec les nombres de l'ensemble {2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9}. Mathilde commence en écrivant un premier nombre choisi dans cet ensemble. C'est ensuite au tour de Mathias, qui choisit un autre nombre de l'ensemble, le multiplie par le nombre déjà écrit, et inscrit le produit. Chacun, ensuite, à tour de rôle, choisit dans l'ensemble un nombre non encore choisi, le multiplie par le dernier nombre écrit, puis inscrit le produit. Le premier joueur qui doit écrire un nombre plus grand que 1000 a perdu. **Quel nombre doit jouer Mathilde pour être sûre de gagner, quel que soit le jeu de son adversaire ?** Répondez 0 solution si vous pensez qu'il n'existe pas de stratégie gagnante pour Mathilde.

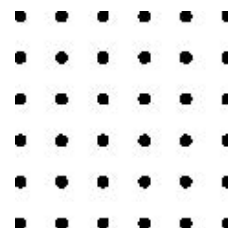
15 - LA PATROUILLE

Les motards Francis, Gilles, Matthieu, Joseph et Michel patrouillent sur une route de 120 km de long. Chacun patrouille sur un segment et un seul de cette route. Francis et Gilles patrouillent dans deux moitiés différentes. Francis, Gilles et Matthieu patrouillent dans trois tiers différents. Francis, Gilles, Matthieu et Joseph patrouillent dans quatre quarts différents. Enfin, Francis, Gilles, Matthieu, Joseph et Michel patrouillent dans cinq cinquièmes différents. **Quelle est, au minimum, la longueur totale des segments de cette route sur lesquels aucun motard ne patrouille ?** Si besoin est, on arrondira au kilomètre le plus proche.

16 - Les 36 POMMIERS

Trente-six pommiers étaient disposés en carré comme sur la figure. La tempête en a abattu un certain nombre, mais parmi ceux qui restent debout, trois arbres ne sont jamais alignés.

Combien en reste-t-il, au maximum ?

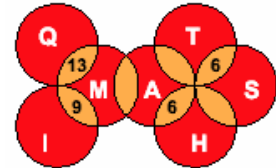


5 - AÏE MES AÏEUX

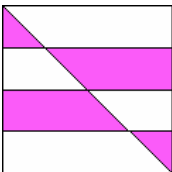
La femme de D. Sandent a accouché de trois garçons en l'an 1800 (un beau triplé!). Depuis, chaque individu Sandent de sexe masculin a eu lui-même 3 garçons, sauf un petit-fils de D. Sandent et un arrière-petit-fils de D. Sandent qui n'ont pas eu d'enfant. Je suis moi-même le dernier né (de sexe masculin) de la 7^e génération suivant D. Sandent. Au fait, **combien de descendants de D. Sandent (de sexe masculin) ont porté son nom**, de la 1^{re} à la 7^e génération?

6 - LES SEPT DISQUES

Les 7 disques Q, I, M, A, T, H, S ont chacun une valeur différente comprise entre 1 et 7. Dans certaines intersections de deux disques, on a indiqué la somme des valeurs de ces deux disques. **Quelle est la somme des valeurs des cinq disques M, A, T, H, S?**



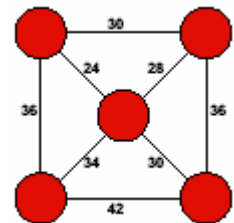
7 - LE CHAMP DU PÈRE MÉABLE



Pierre Méable possède un champ carré de 100 m de côté. Amateur de fleurs, il a partagé son champ en quatre bandes de même largeur, il a tracé une diagonale, puis il a planté une partie du champ en rosiers (en rose sur le dessin) et le reste en tulipes. **Quelle fraction du terrain représente la partie plantée en rosiers?**

8 - LES CINQ NOMBRES

Cinq nombres étaient écrits sur les cinq disques du dessin ci-contre. Ils ont été effacés, mais heureusement, sur chaque segment, on avait pris soin de noter la somme des deux nombres placés dans les deux disques situés aux extrémités de ce segment. **Retrouvez les cinq nombres.**



9 - BILLES EN TÊTE

Jacques a six sacs de billes devant lui. Les nombres de billes contenues dans les sacs sont des entiers consécutifs pas nécessairement distincts, par exemple comme 12, 12, 13, 14, 14, 15. Jacques prend trois sacs pour lui et donne les trois autres à son frère. Il possède alors 58 billes en tout et son frère en a 61. **Donnez par ordre croissant les nombres de billes contenus dans les sacs.**

10 - QUELLE FAMILLE

Des membres d'une même famille sont réunis pour un anniversaire. Parmi les personnes présentes, il y en a deux qui peuvent être appelées "papa" par au moins une autre personne de l'assemblée, deux qui peuvent être appelées "maman", deux "mon fils", deux "ma fille", deux "ma soeur", quatre "mon frère", deux "ma belle-soeur", deux "mon beau-frère", deux "ma cousine", deux "mon cousin", deux "ma nièce", deux "mon neveu", deux "ma tante", deux "mon oncle", deux "ma femme" et deux "mon mari". **Combien de personnes sont présentes, au minimum?** Note: On supposera que lorsque deux personnes quelconques sont en présence l'une de l'autre, chacune ne peut appeler l'autre que d'une seule façon.

11 - UN CHÂTEAU MÉDIÉVAL

Le château de Mathville est entouré d'un rempart de hauts murs. Ces murs mesurent, classés par ordre croissant, 10m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m, 60 m, 80 m, 110 m. D'autre part, chaque mur est perpendiculaire au mur précédent et au mur suivant. **Quelle est, au maximum, l'aire du domaine intérieur au mur d'enceinte?** Vous donnerez la réponse en dam².

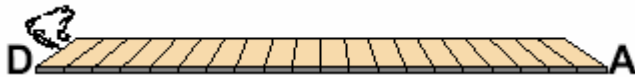
12 - ESPRIT DE SUITE

8 7 5 6 3 5 3 0 1 8... On a choisi et écrit deux chiffres: le 8 et le 7, puis on a écrit leur produit 56. Ensuite, on écrit le produit du 7 (2e chiffre) et du 5 (3e chiffre): 35, puis le produit du 5 (3e chiffre) et du 6 (4e chiffre): 30. On continue ainsi en se décalant d'un rang à chaque fois et en écrivant à la suite le produit des deux chiffres considérés (qui s'écrit avec un ou deux chiffres). Au bout d'un temps plutôt long, on n'obtiendra que des zéros. **Quel sera le dernier chiffre non nul?**

13 - MI-CARRÉ - MI-CUBE

Un nombre est dit "mi-carré - mi-cube" s'il peut s'écrire comme la somme d'un carré et d'un cube. Ainsi, l'an 2000 aura été une année "mi-carrée - mi-cube" car $2000 = 44^2 + 4^3$. **Quelle était la précédente année "mi-carrée - mi-cube"?**

14 - LA PETITE GRENOUILLE ET LES PAVÉS



La petite grenouille est capable de sauter d'un seul bond par dessus les 20 pavés. Mais elle peut aussi aller de D à A en se posant sur un ou plusieurs pavés intermédiaires. Les seules règles qu'elle s'est imposées à elle-même sont d'aller toujours en avant et de ne jamais sauter d'un pavé à un autre pavé immédiatement adjacent. **Combien de parcours différents peut-elle effectuer pour aller de D à A?**

15 - CADRES AUTORÉFÉRENTS

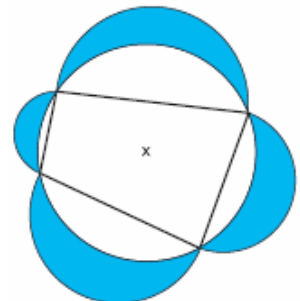
- Cadre A → Le cadre A contient lettres de moins que le cadre B.
- Cadre B → Le cadre B contient lettres de moins que le cadre C.
- Cadre C → Le cadre C contient lettres de moins que n'en contiennent les cadres A et B ensemble.

Complétez les pointillés avec des nombres écrits en toutes lettres afin que toutes les phrases écrites ci-dessus soient vraies.

16 - LE CERF-VOLANT AUX 4 LUNULES

Le cadre de ce cerf-volant est un quadrilatère inscrit dans un cercle. Les côtés du quadrilatère mesurent des nombres entiers de centimètres tous différents. Pour des raisons aérodynamiques, quatre lunules sont fixées sur le cadre, chacune d'elle ayant pour diamètre le côté du quadrilatère sur lequel elle est attachée. La somme des aires des quatre lunules (en bleu) est égale à celle du quadrilatère.

Quelle est-elle, au minimum? On donnera la réponse en cm^2 .



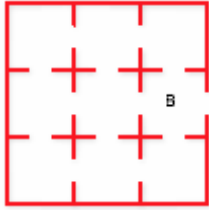
Quart de finale 16^e championnat (A01)

7 - LA FICELLE DE LUDO

Ludo a une ficelle sur laquelle il a fait trois noeuds A, B et C. Le morceau de ficelle AB correspond à un quinzième de la longueur totale de la ficelle et AC à un sixième. S'il enroule le morceau AB autour d'un tronc d'arbre, Ludo fait exactement deux tours. **Combien de tours Ludo peut-il effectuer sur le même tronc avec BC ?**



8 - LE PLAN DU MUSÉE



Ce musée expose dans neuf salles. La salle Braque (B) est indiquée. On trouve des cartes postales dans la salle Ernst (E). De la salle Van Gogh (V), on peut se rendre directement dans les salles Picasso (P), Cézanne (C) et Kandinski (K). De la salle Kandinski, on peut se rendre directement dans les salles Braque, Matisse (M) et Renoir (R). De la salle Dali (D), on ne peut pas se rendre directement dans la salle Braque. De la salle Matisse, on peut se rendre directement dans les salles Picasso et Dali. **Complétez le plan à l'aide des initiales des peintres.**

9 - FÉVRIER PALINDROME

On écrit les dates sous la forme "jjmmaaaa" (par exemple 01092001 pour le 1er septembre 2001). Le 20 février 2002 s'écrira 20022002. Un tel nombre, qui se lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche, est un nombre palindrome. **Quelle sera la date palindrome suivante ?**

10 - LES MAISONS AMIES

Ma rue comprend exactement 99 maisons numérotées de 1 à 99, les numéros pairs étant situés d'un côté et les impairs de l'autre. Il se trouve que lorsque deux maisons sont numérotées à l'aide de numéros à deux chiffres utilisant les deux mêmes chiffres dans un ordre différent, et que la différence entre les deux numéros (le plus grand moins le plus petit) est égale à 45, alors les familles qui habitent ces maisons sont amies. **Combien y a-t-il de paires de familles amies dans ma rue, au minimum ?**

11 - BON POUR UN 421

Mathias et Mathilde jouent au jeu suivant. Ils ont écrit, dans cet ordre, les neuf chiffres 1 2 3 4 5 6 7 8 9 et ils essaient, en intercalant entre certains chiffres, une ou plusieurs fois, un ou plusieurs de symboles +, -, x et /, d'obtenir 421. Mathilde a écrit $1+2 \times 3-45+6 \times 78-9 = 421$, tandis que Mathias a trouvé $12 \times 34-56+78-9 = 421$. **Proposez-leur une autre solution.**

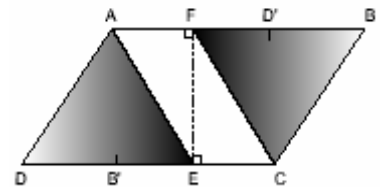
12 - LA CIBLE



Dans cette cible, le cercle moyen a un rayon double de celui du petit et le grand cercle a un rayon triple de celui du petit cercle. La cible a une aire totale égale à 1113 cm^2 . **Quelle est l'aire de la zone blanche ?** On pourra prendre $22/7$ pour π .

13 - LE PARALLÉLOGRAMME

Mathias a devant lui un parallélogramme de papier. Il le plie selon un segment [AE] de telle sorte que D vienne en D', puis le déplie et le plie à nouveau selon [CF] de telle sorte que B vienne en B'. On constate alors que (EF) est perpendiculaire aux côtés [AB] et [DC]. De plus, on sait que $AD = 10 \text{ cm}$ et $AF = 5 \text{ cm}$. **Quelle est l'aire du parallélogramme ?** On pourra prendre, si besoin est, 1,414 pour $\sqrt{2}$; 1,732 pour $\sqrt{3}$ et 3,14 pour π , et on arrondira si besoin est au cm^2 le plus proche.



14 - RECTANGLE DE HASARD

Je lance deux dés à six faces, numérotées de 1 à 6. Les deux nombres obtenus sont la longueur et la largeur (en cm) d'un rectangle que je construis. Je m'aperçois alors qu'en augmentant d'un même nombre entier de cm la longueur et la largeur de ce rectangle, son aire double. **Quelle est l'aire, en cm^2 , du rectangle doublé ?**

15 - LE VÉLO SANS CHAÎNE

Léa a trouvé un petit vélo auquel il manque la chaîne. Le grand pédalier denté a un rayon de 21 cm et la petite roue dentée un rayon de 3 cm, la distance entre les deux centres étant de 36 cm. **Quelle est, au minimum, la longueur de la chaîne que Léa doit acheter ?** On prendra 3,1416 pour π et 1,732 pour la racine carrée de 3. On arrondira au mm le plus proche.

16 - LE RETOUR DE PENT'X

Pour que Pent'X puisse loger dans une maison, on doit pouvoir l'y poser de telle façon que ses contours coïncident avec les contours des petits carrés de la maison, sans qu'il recouvre un petit carré grisé. Il suffit de griser 4 cases d'une grille à 5 lignes et 6 colonnes pour qu'elle devienne "inhabitable" par Pent'X, comme le rappellent les deux exemples ci-contre.



Mais combien existe-t-il de façons différentes (y compris les deux précédentes) de griser ainsi 4 cases pour qu'elle devienne inhabitable par Pent'X ? Des grilles identiques par symétrie ou retournement seront comptées pour une seule.

17 - LE POLYGONE MYSTÉRIEUX

Ludo vient de calculer le côté d'un polygone régulier à douze côtés (un dodécagone) inscrit dans un cercle de rayon 1. Il a trouvé $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ cm. Papy Georges, qui passait par là, lui indique qu'un polygone régulier inscrit dans le même cercle a un côté mesurant, en cm :

$$\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}}$$

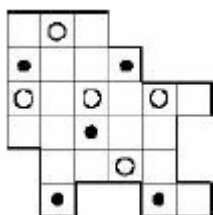
Combien ce polygone compte-t-il de côtés ?

18 - LE TERRAIN DU PÈRE C. CUSSION

Charles Cussion possède un terrain triangulaire sur lequel se trouve une mare parfaitement circulaire et tangente aux trois côtés du terrain, de diamètre 42 m. Charles clôt entièrement son terrain et remarque qu'un des points de tangence de la mare partage le côté correspondant du triangle en deux segments de longueurs respectives 23 m et 27 m. **Quelle est la longueur totale de la clôture du terrain du père C. Cussion ?** On donnera une réponse éventuellement arrondie au cm le plus proche.

Demi-finale 16^e championnat (H02)

7 - LES AMANDIERS ET LES OLIVIERS



José est fier de son terrain. Il a su disposer en quinconce, tel que sur la figure, cinq amandiers et cinq oliviers qui ont prospéré. Sentant sa fin prochaine, il veut léguer à chacun de ses cinq fils une partie de son terrain, les cinq parties étant de même forme (éventuellement à un retournement près) et contenant chacune un amandier et un olivier. **Dessinez un tel découpage.**

8 - LA TABLE DE MATHILDE

Mathilde, pour apprendre les tables de multiplications, s'amuse à en construire, au gré de sa fantaisie. **Retrouvez les nombres de la première ligne.**

x	2				
	6				
12					60
			50		
6					42
		99	110		
				8	56

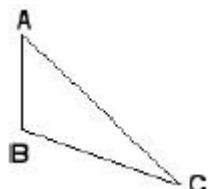
9 - SAUT EN 2002

2000, augmenté de la somme de ses chiffres, donne 2002. Mathilde a trouvé un autre nombre qui, augmenté de la somme de ses chiffres, donne 2002. **Quel est ce nombre ?**

10 - L'AMI DES CORDONNIERS

Les mille-pattes adultes mettent 1 seconde pour retirer une chaussure, tandis que les enfants mille-pattes mettent 2 secondes. Une famille mille-pattes comprend le père, la mère et trois enfants. Lorsqu'ils sont déchaussés, les parents peuvent aider leurs enfants, mais chaque mille-pattes ne peut retirer qu'une chaussure à la fois, sur lui-même ou sur un autre mille-pattes. **Combien de temps leur faudra-t-il, au minimum, pour retirer toutes leurs chaussures ?** Note : on suppose que chacun des mille-pattes a effectivement 1000 pattes !

11 - À LA RECHERCHE DU TRÉSOR

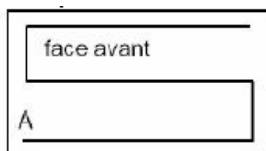
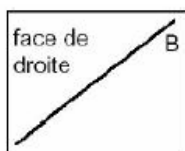


Jo, le chercheur de trésors, sait que Barberouge a enterré le trésor à proximité d'un abricotier (A), d'un bananier (B) et d'un citronnier (C) situés comme sur le dessin, en un point T tel que l'ensemble des quatre points $\{A ; B ; C ; T\}$ présente un axe de symétrie. **En combien d'endroits, au maximum, Jo devra-t-il creuser ?** Indiquez tous ces endroits sur le dessin.

12 - LES MENTEURS DU CONGRÈS

Le congrès de Mathville a rassemblé 2000 congressistes. Parmi ceux-ci, il y a deux catégories de gens : des menteurs qui mentent toujours, et des francs qui disent toujours la vérité. Chaque congressiste est soit arithméticien, soit géomètre, soit algébriste, et aucun n'a plusieurs spécialités. On demande successivement à chaque congressiste : êtes-vous algébriste, êtes-vous arithméticien, êtes-vous géomètre ? Les nombres de «oui» répondus à chaque question sont respectivement 100 ; 540 ; 1610. **Combien y a-t-il de menteurs à ce congrès ?**

13 - BALADE DANS UN AQUARIUM



Un poisson se déplace de A à B. Son trajet est une succession de segments de droite, chacun d'eux étant parallèle à une des faces de l'aquarium. On a dessiné la projection du trajet du poisson sur deux faces de l'aquarium. **Dessinez la projection du trajet du poisson sur le fond de l'aquarium (vue du dessus).**

14 - LES QUATRE NOMBRES

Pour écrire quatre nombres entiers strictement positifs, on a utilisé trois chiffres distincts, chacun d'eux apparaissant deux fois. Fait remarquable, si l'on ajoute au produit du plus petit et du plus grand des quatre nombres le produit des deux moyens, on obtient la somme des quatre nombres. **Quels sont ces quatre nombres ?** (Vous les donnerez en ordre croissant).

15 - LA VIEILLE CALCULATRICE

Sur les neuf touches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 de la calculatrice de Mathias, seules trois fonctionnent, et la touche 0 ne fonctionne pas. Mathias additionne les six nombres s'écrivant avec trois chiffres distincts qu'il peut encore taper avec les trois touches rescapées, et il constate avec amusement que le total s'écrit en n'utilisant que les chiffres de ces trois touches. **Quelles sont les trois touches numériques qui fonctionnent encore sur la calculatrice de Mathias ?** Vous donnerez les chiffres en ordre croissant.

16 - ORDRE PAS TRÈS NATUREL

On écrit tous les nombres entiers naturels (c'est-à-dire les nombres de l'ensemble $\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \dots\}$) dans un certain ordre tel que tout nombre à partir du deuxième est égal soit au précédent augmenté de 3, soit au précédent diminué de 2. **Donnez les six premiers nombres de la liste.**

17 - LE JEU DE LA FACTORIELLE

Bernard et Gilles jouent au jeu suivant. Bernard écrit un diviseur de $10!$ différent de 1. Gilles doit ensuite écrire un autre diviseur de $10!$ différent du premier et tel que le PGCD des deux nombres écrits soit différent de 1. Ensuite, à tour de rôle, les deux joueurs doivent écrire un nouveau diviseur de $10!$, différent de tous ceux déjà écrits, et tels que le PGCD de tous les nombres écrits soit différent de 1. Le premier des deux joueurs se trouvant dans l'impossibilité d'écrire un nombre a perdu. **Quel nombre Bernard doit-il écrire en premier pour être sûr de pouvoir gagner, quelle que soit la stratégie de Gilles ?** Répondez 0 si vous pensez qu'il n'existe pas de stratégie gagnante pour Bernard.

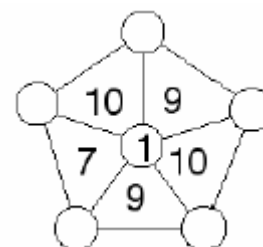
18 - LA PROMENADE DE LA FOURMI

Une fourmi se trouve sur un carrelage plan dont les carreaux sont des triangles équilatéraux de 10 cm de côté. Elle part du sommet C d'un carreau ABC, en s'éloignant de (AB) de la façon suivante. À chaque instant, si F désigne la position de la fourmi, alors la médiane issue de A du triangle ABF a la même longueur que la hauteur issue de B du même triangle. La fourmi s'arrête lorsque sa distance à la droite (AB) a doublé. **Quelle distance a-t-elle alors parcourue ?** On donnera la réponse en mm, arrondie au mm le plus proche.

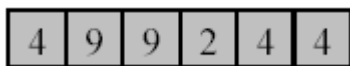
Finale 16^e championnat (H02)

7 - LE PENTAGONE

Complétez les disques à l'aide des nombres de 2 à 6, de telle sorte que chaque nombre inscrit dans un triangle soit égal à la somme des nombres inscrits aux sommets du triangle.



8 - LE CODE



L'ouverture du coffre est commandée par un code à six chiffres. Le nombre affiché au départ étant 499244, on a le droit de faire les changements suivants :

- on peut remplacer un 4 et un 9 qui se suivent dans cet ordre par 2 4
- on peut remplacer un 2 et un 4 qui se suivent dans cet ordre par 9 2.

Le code qui permet d'ouvrir le coffre est le plus petit nombre que l'on peut obtenir. **Quel est ce code?**

9 - LA PUCE

Au départ, la puce se trouve en A. À chaque seconde, elle se déplace d'une case à une case voisine. Elle peut tourner, mais ne peut jamais faire demi-tour. **Cochez toutes les cases sur lesquelles elle peut se trouver au bout de 15 secondes.**



10 - LE RECTANGLE

Un rectangle est tracé selon les lignes d'un quadrillage à mailles carrées. En traçant la diagonale de ce rectangle, on ne traverse aucun nœud du quadrillage (à l'exception des deux extrémités) et on traverse exactement 12 petits carrés. La largeur du rectangle mesure six unités. **Combien d'unités sa longueur mesure-t-elle ?**

11 - LES PILES DE PIÈCES

Mathias range ses pièces d'un euro. Il forme des piles de 9 pièces et remarque que le nombre de pièces restantes est égal au nombre de piles. Il décide alors de former avec l'ensemble de ses pièces des piles de 7 pièces, et il constate à nouveau que le nombre de pièces restantes est égal au nombre de piles. **Combien de pièces Mathias possède-t-il ?**

12 - LA MASSE DOREE

Cette balance est équipée de 17 masses marquées de 1 g, 2 g, 3 g, ..., 17 g. Dix de ces masses sont noires, six sont argentées et une seule est dorée. Les masses argentées totalisent 32 g de plus que les masses noires. **Quelle masse en grammes peut-on lire sur la masse dorée ?**

13 - LA BOULANGERE A DES EUROS

La boulangère compte sa caisse. Elle possède 870 euros en billets de 10 euros, de 20 euros et de 50 euros. Les nombres de billets de chaque sorte sont des nombres consécutifs. **Combien la boulangère a-t-elle de billets de 50 euros ?**

14 - LES TROIS NOMBRES

Mathias a écrit trois nombres premiers. Il remarque que le produit de ces trois nombres est égal à 7 fois leur somme. **Quels sont ces trois nombres ?** Note : On rappelle qu'un nombre premier est un nombre entier naturel admettant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

15 - LES NOIX

Mathilde et Mathias ont devant eux 20 noix. Ils jouent au jeu suivant. Chacun, à tour de rôle, divise l'ensemble des noix restant sur la table en plusieurs tas égaux. Le nombre de noix de chaque tas doit être égal soit à 1, soit à un nombre premier de noix. Puis il prend un tas qu'il ôte de la table, et il regroupe les noix restantes. à chaque tour, le joueur doit faire au moins deux tas, sauf s'il ne reste qu'une seule noix, auquel cas le joueur prend cette noix. Le but du jeu est de prendre le plus de noix possible. Mathilde commence. **Combien est-elle certaine de pouvoir prendre de noix, quel que soit le jeu de Mathias ?**

16 - LES BOITES DE MATHILDE

Mathilde dispose de 6 boîtes et de 21 billes réparties dans ces boîtes de telle sorte qu'aucune boîte n'est vide et que toutes les boîtes contiennent des nombres différents de billes. à chaque coup, Mathilde a le droit de prendre un nombre de billes qu'elle choisit dans une boîte et de mettre ces billes dans une autre boîte à condition de doubler ainsi le contenu de cette dernière boîte. Elle obtient le plus grand nombre possible de billes dans une boîte. **Donnez le produit du nombre maximal de billes par le nombre minimal de coups pour l'obtenir.**

17 - LA PYRAMIDE

Une pyramide olmèque a la forme d'un tétraèdre ABCD. Les trois angles plans du sommet A sont droits. Par ailleurs, $AB = 7$ m, $AC = 11$ m et $AD = 18$ m. **Que vaut la somme des trois angles plans de sommet D ?** On donnera la réponse éventuellement arrondie au dixième de degré le plus proche.

18 - TOURNOI DE PATINAGE

Les prestations de 18 patineurs artistiques sont appréciées par 9 arbitres. Après l'épreuve, chaque arbitre propose pour chaque compétiteur le rang qu'il lui attribue (de 1 à 18, et sans ex aequo). Il s'avère que pour aucun des compétiteurs, les différents numéros de place proposés par les 9 arbitres ne diffèrent de plus de 3. On fait pour chaque compétiteur la somme des 9 numéros de place proposés. **Quel est, au maximum, le total obtenu par le patineur (ou un des patineurs) ayant le plus petit total ?**

Quart de finale 17^e championnat (A02)

7 - LES TRIANGLES

Dans la figure ci-contre, combien compte-t-on de triangles entièrement dessinés ?

Note : un triangle peut comporter un ou plusieurs morceaux.



8 - LES BONBONS

Mathilde dit « *J'ai mangé moins de sept bonbons.* » Mathias répond : « *Moi aussi.* » Mathilde dit : « *Mais j'en ai mangé plus de quatre.* » Mathias répond : « *En tout cas, je suis certain d'en avoir mangé moins que toi.* » Il y avait 10 bonbons dans le sachet et, à eux deux, Mathilde et Mathias ont tout mangé. De plus, chacun des deux amis a dit la vérité une fois et s'est trompé une fois. **Combien Mathilde a-t-elle mangé de bonbons ?**

9 - LA BONNE SANTÉ

L'année 2000 fut une bonne année : elle comportait 53 fins de semaine complètes (samedi et dimanche). **Quelle sera la prochaine année ayant cette propriété ?**

10 - LES LOSANGES

J'ai placé 4 points, puis j'ai tracé 4 segments qui ont formé un losange. J'ajoute ensuite de nouveaux points, puis je trace de nouveaux segments. Et j'obtiens un total de quatre losanges dans ma figure. **Combien la figure complète contient-elle de points, au minimum ?**



11 - SOUVENIR, SOUVENIR...

Hier, Mathias a mis à l'heure et remonté la vieille horloge et le vieux réveil de son grand-père. Ce matin, en se réveillant, il constate que le réveil indique 6h et l'horloge 7h. Or, Mathias se souvient que, d'après son grand-père, le réveil retarde de 3 minutes par heure, tandis que l'horloge, elle, avance d'une minute par heure. **À quelle heure Mathias les a-t-il remontés ?**

12 - 7 UNE CHANCE

On écrit dans l'ordre croissant les carrés des nombres entiers à deux chiffres : 102, 112, 122, ... Ensuite, on calcule ces carrés et, pour chacun d'eux, on additionne les chiffres jusqu'à ce qu'on obtienne un nombre à un seul chiffre (par exemple, $942 = 8836 \rightarrow 25 \rightarrow 7$). **Quel est le treizième nombre à deux chiffres dont le carré aboutit à un 7 ?**

13 - LA VIEILLE CALCULATRICE

Ma calculatrice est usée : elle calcule bien, mais elle ne fait apparaître sur son écran que les chiffres impairs et des points à la place des chiffres pairs. Je viens de taper un nombre à six chiffres, puis d'appuyer sur la touche $\sqrt{\quad}$. Elle affiche alors : $\sqrt{\dots\dots 7} = \dots\dots$

Donnez le nombre de solutions possibles ainsi que chacune de ces solutions.

14 - TÉLÉPHONE AU CARRÉ

Mathilde qui habite à Paris vient de se faire offrir un cellulaire, mais elle ne veut être appelée que par ses copains matheux. Elle donne donc son numéro de la façon suivante : mon numéro est constitué de cinq suites de deux chiffres, la première étant 06. Les quatre autres, considérées comme des nombres à deux chiffres, sont rangées en ordre strictement décroissant, et, si on remplace ces quatre nombres par les deux derniers chiffres de leur carré, éventuellement complétés par des zéros, mon numéro de téléphone reste inchangé. **A quel numéro appellerez-vous Mathilde ?** Donnez le nombre de solutions possibles ainsi que chacune de ces solutions.

15 - BICYCLETTE PARTAGÉE

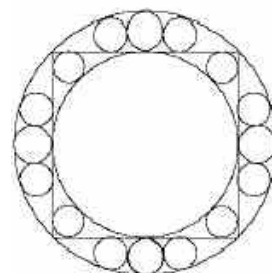
Mathilde et son petit frère Matthieu doivent faire un trajet de 25km, et ils ne disposent que d'un seul vélo. Mathilde marche à 6km/h et roule à bicyclette à 18km/h, tandis que Matthieu marche à 3 km/h et roule en vélo à 15 km/h. D'un commun accord, ils partent en même temps, Mathilde à bicyclette et Matthieu à pied. Lorsqu'elle arrive au grand cèdre (sur le chemin), Mathilde pose son vélo et continue à pied. Dès que Matthieu atteint le cèdre, il prend à son tour le vélo et termine le trajet en pédalant. Tous deux arrivent exactement en même temps. **À quelle distance du point de départ se trouve le cèdre ?** On donnera la réponse en km, arrondie au millième.

16 - SAUVETAGE DANS L'ESPACE

Le Vaisseau de Secours, avec son équipage, possède 95 jours d'autonomie d'oxygène. Au moment où il rencontre un vaisseau endommagé par une météorite, il recueille alors 7 rescapés et son autonomie d'oxygène tombe à 60 jours. Six jours plus tard, il rencontre un autre vaisseau en perdition. Il accueille alors de nouveaux rescapés, et son autonomie d'oxygène n'est plus que de 38 jours. **Combien étaient les nouveaux rescapés ?**

17 - LE TAPIS PERSAN

Ce motif est le centre du tapis d'Ahlemath. Il y a quatre axes de symétrie. Les cercles en contact sont tangents entre eux et ils sont aussi tangents aux côtés du carré comme on le voit sur la figure. Sachant que le grand cercle a 1m de diamètre, **quel est le diamètre des plus petits cercles ?** On donnera la réponse en mm, arrondie au dixième.

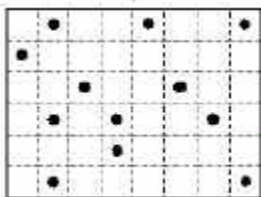


18 - L'ÉTANG D'ARES

L'étang d'Ares est un quadrilatère dont les côtés ont pour longueurs des nombres entiers de mètres tous différents, inférieurs à 100m et non multiples de 5. Chaque côté de cet étang est également le côté d'un terrain carré. Les quatre propriétaires de ces terrains, Matthieu, Mathurin, Mathilde et Mathias doivent les partager en parcelles de 100 m². Ils constatent qu'il leur reste à chacun la même surface inutilisée. **Quelle est, au maximum, l'aire de l'étang d'Ares ?** On donnera la réponse en m², arrondie au centième.


Demi-finale 17^e championnat (H03)

7 - PIÈCES À DÉCOUPER



Dans mon magazine, j'ai trouvé un jeu à découper. Douze pièces de forme



ou  ayant chacune un seul point noir sont à découper dans le rectangle ci-dessus. **Indique un découpage possible.**

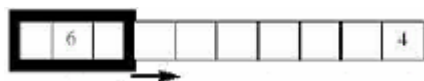
8 - LE CLUB DES CINQ

C'est la première séance du club. Parmi les cinq filles présentes, certaines sont amies et d'autres non. Chacune a deux ou trois amies dans le groupe, et lorsque deux filles sont amies, elles n'ont jamais le même nombre d'amies dans le groupe. Amélie et Béatrice sont amies avec Clarisse, et Elisabeth a trois amies. **Mais quelles sont les amies de Dominique ?**

Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - RÈGLE À CALCUL



Cette règle contient 10 nombres écrits à raison d'un par case (deux nombres sont déjà écrits). La somme des trois nombres écrits dans les trois cases de gauche est égale à 11. A chaque fois que l'on

fait glisser la fenêtre d'une case vers la droite, la somme des trois nombres inscrits à l'intérieur augmente d'une unité. **Complétez les cases vides.**

10 - LE CONCOURS

A ce concours de maths, il y avait deux fois plus de filles que de garçons. Chacun des participants a obtenu 8, 9 ou 10 points, et à eux tous ils totalisent 156 points. **Combien de garçons participaient à ce concours ?**

11 - PALINDROME SANS RÉPÉTITION

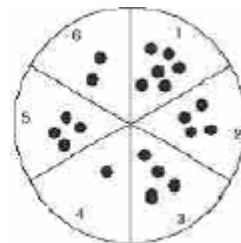
Le nombre 145541 est un nombre palindrome car on le lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche. De plus, les nombres à deux chiffres consécutifs que l'on peut lire dans son écriture : 14, 45, 55, 54 et 41 sont tous différents. **Trouvez le plus grand nombre palindrome ayant la même propriété et dont l'écriture ne contient que les chiffres 1, 2 et 3.**

12 - DIVISIBILITÉ CONSÉCUTIVE

Quels sont les deux plus petits nombres entiers consécutifs dont les sommes des chiffres sont toutes les deux divisibles par 7 ?

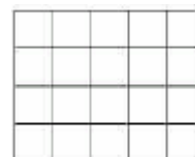
13 - EWALA

Vingt-et-un pions sont disposés dans les six secteurs d'un plateau en forme de disque comme l'indique le dessin. Un "coup" consiste à choisir deux pions quelconques du plateau et à déplacer chacun d'eux du secteur où il est situé vers un des deux secteurs voisins. **Combien de coups seront-ils nécessaires, au minimum, pour que tous les pions soient dans le même secteur ?**



14 - LES CARRÉS

Bernard et Gilles comptent tous les carrés de la figure ci-contre. Ils se sont répartis la tâche. Bernard compte les carrés de côté 1 et les carrés de côté 4. Il marque 5 points par carré de côté 1 et 7 points par carré de côté 4. Gilles, quant à lui, compte les carrés de côté 2 et ceux de côté 3. Il attribue x points à chaque carré de côté 2 et y points à chaque carré de côté 3, les nombres x et y étant deux entiers tous deux différents de 5 et de 7, avec $0 < x < y$. Surprise ! Gilles obtient exactement le même total que Bernard. **Trouvez x et y .**



15 - TIERS ET CINQUIÈME

Mathilde et Mathias ont choisi chacun un nombre entier. Le produit du tiers du nombre de Mathilde par le cinquième du nombre de Mathias est égal à la somme du cinquième du nombre de Mathilde et du tiers du nombre de Mathias. **Quels sont les deux nombres ?**

16 - TROIS DROITES ET UN POINT

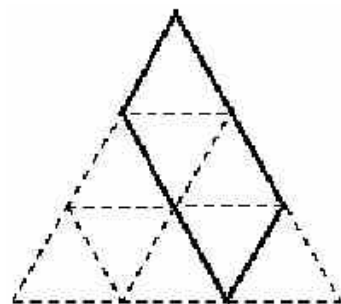
Mathias a tracé trois droites concourantes faisant entre elles des angles de 60 degrés. Il place ensuite un point dans le plan, puis il mesure la distance de ce point à deux des trois droites. Il trouve 7 cm et 11 cm. **À quelle distance de la troisième droite le point se trouve-t-il ?** On donnera cette distance en centimètres, éventuellement arrondie au centième.

17 - UN TRÈS GRAND NOMBRE

En multipliant ce très grand nombre par 5, on obtient un nombre à quarante chiffres comportant exactement trente "5" et dix "7" dans son écriture. **Quelle est la somme des chiffres du nombre initial?**

18 - LES PARALLÉLOGRAMMES

Dans un grand triangle équilatéral de côté 3 maillé par des petits triangles équilatéraux de côté 1, le nombre des parallélogrammes dont les côtés sont parallèles à ceux des triangles et dont les sommets sont situés sur les nœuds du maillage est égal à 15. **Quel est, au minimum, le côté d'un grand triangle équilatéral dont le nombre de parallélogrammes dépasse le million ?**



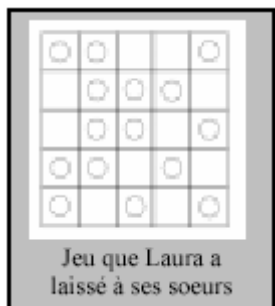
Finale 17^e championnat (H03)

7 - LES SEPT 7

Les signes (), + et × du calcul de Mathie ont été effacés. **Remets-les à la bonne place** pour que l'égalité suivante soit juste :

$$7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7 = 707$$

8 - LA GUERRE DES JETONS

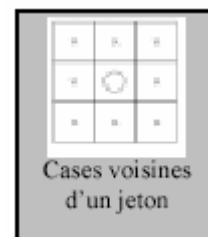


Laura a lancé un défi à ses sœurs Emilie et Léa :

« Êtes-vous capables de bouger seulement 3 jetons, pour avoir 3 jetons dans chaque rangée, 3 jetons dans chaque colonne et 3 jetons dans chaque diagonale ? »

Elles semblaient trop sûres d'elles, elle a donc ajouté une contrainte : « Vous ne pouvez déplacer un jeton que sur une case voisine ». Ses sœurs ont réussi.

Dessine ce qu'elles ont obtenu.



Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - LES QUATRE CERCLES

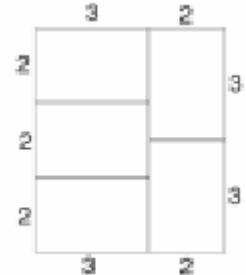
On considère 4 cercles dans le plan, de même rayon; deux cercles ne sont jamais tangents; la figure formée par les 4 cercles est d'un seul tenant. **Combien y a-t-il, au minimum, de points d'intersection entre les cercles au total ?**

10 - B.D. BIEN SÛR

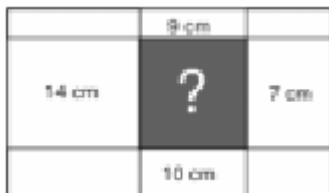
Aux Editions Rackham, les B.D. sont en solde. Un premier libraire achète 51 albums de *P'tit Taf* et 15 albums de *Tal Hesse* pour 2001 euros. Un second achète 15 albums de *P'tit Taf* et 55 albums de *Tal Hesse* pour 2005 euros. Un troisième libraire, les voyant sortir, dit : « On n'est pas en 2001 ni en 2005, mais en 2003 ». Et il obtient des albums des deux sortes pour 2003 euros. **Combien en a-t-il de chaque sorte?**

11 - CARRÉMENT TÊTUE

Nina et Thomas jouent avec des dominos rectangulaires mesurant 2 cm sur 3 cm. Ils ont décidé de former un carré en les juxtaposant et sans laisser de vide. Thomas trouve rapidement une solution avec six dominos. Nina, de son côté, s'est mise en tête d'y parvenir avec la disposition ci-contre pour point de départ. **Combien devra-t-elle rajouter de dominos, au minimum, pour y parvenir ?**



12 - LE PÉRIMÈTRE MYSTÉRIEUX



Un rectangle a un périmètre égal à 34 cm. On partage ce rectangle en neuf rectangles plus petits en traçant des lignes parallèles aux bords. Le périmètre de certains de ces petits rectangles est indiqué sur la figure.

Quel est le périmètre du rectangle central grisé ?

Note : le dessin ne respecte pas les proportions exactes des rectangles.

13 - LA GRANDE PYRAMIDE

La grande pyramide du pharaon Mathankhamon a une base carrée de 100 m de côté, et ses quatre faces sont des triangles équilatéraux. Oscar le scarabée est au pied de la pyramide, au milieu de la base de la face Sud. Il souhaite se rendre au point diamétralement opposé (au milieu de la base de la face Nord) par le chemin le plus court possible, en escaladant la pyramide si nécessaire. **Quelle distance parcourra-t-il ?**

Note : On pourra prendre, si besoin est, 1,414 pour $\sqrt{2}$ et 1,732 pour $\sqrt{3}$.

14 - PARTAGE SANS FIN

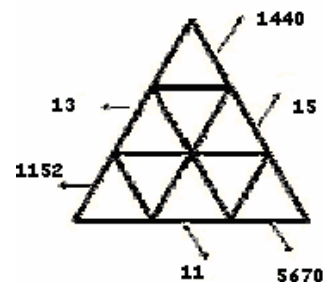
Un groupe d'écureuils se partage un tas de 84 noisettes, chacun en recevant exactement le même nombre. Ensuite, un des écureuils est tiré au sort et doit répartir équitablement tout ou une partie de ses noisettes entre tous ses compagnons. Cette opération (tirage au sort et redistribution) se répète plusieurs fois. Après un certain temps, l'un des écureuils n'a plus aucune noisette et un autre en a huit.

Combien le groupe compte-t-il d'écureuils ?

Note : Répondez 0 si vous pensez que la situation est impossible.

15 - MULTIPLICATION OU ADDITION ?

Francis a disposé les chiffres de 1 à 9 dans les neuf cases triangulaires. Il a additionné les chiffres dans les rangées de 3 chiffres et a trouvé 13, 11 et 15. Ensuite, dans les rangées de 5 chiffres, il a effectué les produits et a obtenu 1440, 5670 et 1152. **Retrouvez la place des nombres de 1 à 9 ?**



16 - L'ÂGE DU CAPITAINE

Une corde est accrochée au haut d'une clôture de façon à ce qu'une même longueur de corde tombe de chaque côté de la clôture. Chaque mètre de corde pèse 300 grammes. A une extrémité de la corde se trouve un petit singe qui tient une banane dans sa main. Un contrepoids de masse égale à celle du singe est fixé à l'autre extrémité de la corde. La banane pèse 10 grammes par centimètre. La longueur totale de la corde, en mètres, est égale au tiers de l'âge du singe, en années, et la masse du singe, en grammes, est égal à 200 fois l'âge de la mère du singe. La somme des âges du singe et de sa mère est égale à 30 ans. En additionnant le double de la masse du singe et 40 fois la masse de la banane, on obtient le même total qu'en ajoutant 10 fois la masse de la corde à celle du contrepoids. L'âge du singe est égale à la moitié de l'âge qu'aura sa mère lorsqu'il aura l'âge qu'elle a maintenant. **Quelle est la longueur de la banane ?**

17 - LE CADRAN SOLAIRE MATH-CITY

La mairie de Math-City vient d'installer un cadran solaire sur le fronton de l'hôtel de ville. Il revêt la forme géométrique de la figure. Les segments de droite relient un sommet d'un dodécagone régulier à chacun des autres sommets. Le cercle dans lequel est inscrit le dodécagone a un rayon de 1mètre.



Quel est le produit des longueurs, exprimées en mètres, de tous les segments de droite ?

On prendra, si nécessaire 0,966 pour $\cos 15^\circ$, et on arrondira au centième.

18 - LA MÉDAILLE DE L'HEPTATHLON



Les Jeux Olympiques se déroulent à Math-City. La médaille de l'heptathlon, discipline féminine bien connue, revêt la forme d'un heptagone régulier inscrit dans un cercle dont le diamètre mesure 7cm. La flamme olympique y est symbolisée par le triangle grisé de la figure.

Quelle est l'aire de sa surface, exprimée en millimètres carrés et arrondie au plus près ? Si nécessaire, on prendra 2,646 pour $\sqrt{7}$.

Quart de finale 18^e championnat (A03)

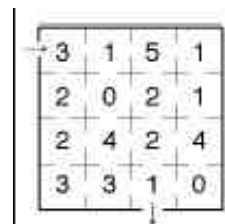
7 - L'IMMEUBLE DES TROIS AMIS

Céline, Marie et Jean-Baptiste habitent chacun un appartement dans un immeuble de quatre étages (rez-de-chaussée, 1^{er} étage, 2^e étage, 3^e étage et 4^e étage). Céline : « J'habite juste au-dessus de Marie. » Jean-Baptiste : « Je n'habite pas au rez-de-chaussée. » Marie : « Je dois descendre deux étages pour aller chez Jean-Baptiste. » **À quels étages Céline, Marie et Jean-Baptiste habitent-ils ?**

8 - LE LABYRINTHE

Trouve un chemin pour traverser ce labyrinthe.

- On ne peut passer plus d'une fois dans la même case.
- La somme des nombres des cases choisies doit être égale à 13.



Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - LA RÉSERVE

L'an dernier, M. et Mme Zanim ont ouvert une réserve d'autruches et d'éléphants. Mme Zanim dit : « Je suis contente car, avec les naissances de cette année, je compte 35 têtes et 116 pattes! »

Donne le nombre d'autruches et d'éléphants élevés par M. et Mme Zanim.

10 - DÉCALAGE HORAIRE

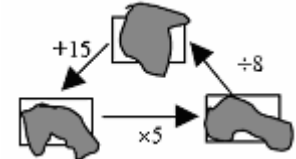
Un avion qui part à 8 h de Mathville (heure locale) arrive à midi à MathCity (heure locale). Par contre, pour le retour, si l'avion part à 14 h (heure locale), il arrive à 20 h (heure locale). La durée du voyage est la même, mais les deux villes ne sont pas situées sur le même fuseau horaire.

Lorsqu'il est midi à MathCity, quelle heure est-il à Mathville?

11 - TRIANGLE D'OPÉRATIONS

Voici trois opérations notées sur le cahier de Francis. Chaque tache cache un nombre entier et les trois opérations sont justes.

Retrouvez les trois nombres cachés.



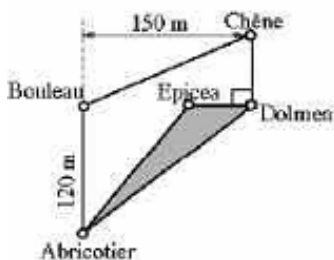
12 - LES NOMBRES MYSTÈRES

Si j'additionne deux nombres mystères de l'année, j'obtiens 2004. Si je calcule leur différence (le plus grand moins le plus petit) et si je retranche 1 à cette différence, j'obtiens 1105. **Quel est le plus grand des deux nombres mystères de l'année ?**

13 - VIVE LA POLITESSE!

Dans la classe de Thomas, il y a deux sortes d'élèves : les élèves polis et les élèves impolis, les premiers étant heureusement deux fois plus nombreux que les seconds. De même, l'ensemble des filles polies et des garçons impolis est deux fois plus nombreux que l'ensemble des garçons polis et des filles impolies, les filles polies étant aussi nombreuses que l'ensemble de tous les garçons. La classe de Thomas compte plus de 20 élèves et moins de 30 élèves. **Mais combien compte-t-elle de garçons ?**

14 - LE TERRAIN DU PÈRE OXYDE



Le Père Oxyde possède un terrain en forme de trapèze dont une base mesure 120m et la hauteur 150m. Le terrain contient une mare en forme de triangle dont les sommets sont l'abricotier, l'épicéa et le dolmen (voir la figure). L'abricotier, l'épicéa et le chêne sont alignés, de même que le bouleau, l'épicéa et le dolmen, qui forment un angle droit avec le chêne. Le terrain (sans la mare) a une aire égale à 11 400m².

Quelle est l'aire de la mare?

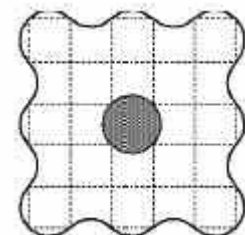
15 - SOMME D'IMPAIRS CUBIQUES

On additionne sept nombres naturels impairs consécutifs. La somme est le cube d'un nombre entier naturel premier. **Quel est le plus grand de ces sept nombres ?**

16 - LE TERRAIN D'ÉRIC

Éric If possède un terrain représenté ci-contre et comportant une mare en son centre. Éric veut partager son terrain, à l'exception de la mare, en six parts de même forme et de même aire (à un retournement près).

Faites le partage du terrain d'Éric If.



17 - SOLITAIRE À TROIS RANGÉES

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16

On veut éliminer 15 pions de ce tableau de 3 cases sur 8 cases en appliquant les règles du jeu de Solitaire. Un pion peut sauter par-dessus un autre pion horizontalement ou verticalement pour aboutir sur une case libre voisine du pion sauté qui est alors retiré du jeu. **Quel est le plus petit nombre de sauts verticaux qui permet d'éliminer 15 pions du jeu ?**

Indiquez le numéro du premier pion sauté et enlevé du jeu.

18 - MULTIPLICATION POLYGLOTTE

NINE x THREE = NEUF x TROIS

Comme dans tout cryptarithme, deux lettres différentes représentent toujours deux chiffres différents, et deux chiffres différents sont toujours représentés par deux lettres différentes. De plus, aucun nombre ne commence par un zéro. Par ailleurs, on sait que TROIS et NINE sont divisibles par 3 et que NEUF et THREE sont divisibles par 9. **Quel est le résultat de la multiplication ?**

Demi-finale 18^e championnat (H04)

7 - LES COURSES

Mélanie et Christophe partagent toujours équitablement toutes leurs dépenses. Hier, Mélanie est allée faire les achats chez le boucher, elle a payé 35 euros. Aujourd'hui Christophe est allé faire d'autres courses, il en a eu pour 17 euros. **Combien Christophe doit-il donner d'argent à Mélanie pour que leurs comptes soient justes ?**

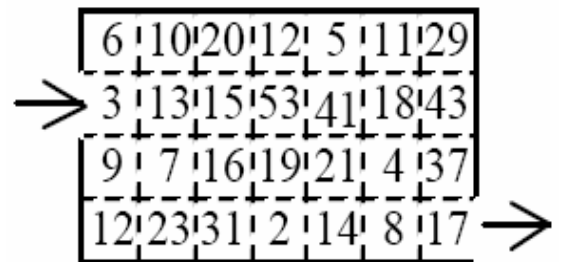
8 - MARRE DE LA MARE

La grenouille Géraldine veut passer de l'autre côté de la mare. Elle saute d'un nénuphar à un nénuphar voisin, horizontalement ou verticalement. Elle ne peut sauter que sur un nénuphar portant un nombre premier.

Indique le chemin de Géraldine.

Remarque : un nombre premier est un entier positif différent de 1 qui n'est divisible que par 1 et par lui-même.

Exemples : 7 est premier car il ne peut être divisé que par 1 et 7, mais 6 n'est pas premier car il est divisible par 1, 2, 3 et 6.



Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

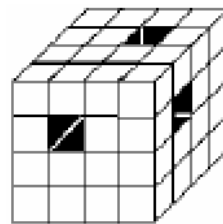
Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - LES PLACES DE CONCERT

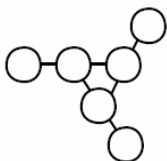
Anne, Brigitte, Eve, Olga et Sophie sont arrivées très tôt pour être certaines d'avoir un billet pour le concert. La billetterie n'est pas encore ouverte, mais elles font déjà la queue toutes les cinq. Olga est plus près de la billetterie que Brigitte, mais elle est derrière Sylvie. Anne et Sylvie ne sont pas directement l'une derrière l'autre, et Eve n'est à proximité directe ni d'Anne, ni d'Olga, ni de Sylvie. **Dans quel ordre font-elles la queue à partir de la billetterie ?**

10 - LE CUBE TROUÉ

On réalise un grand cube à l'aide de 64 petits cubes unité collés ensemble, puis on creuse ce grand cube de trois tunnels le traversant de part en part (voir dessin). Si chaque petit cube a un volume égal à 1 cm^3 , **quel est le volume du grand cube troué ?**



11 - SIX NOMBRES À PLACER



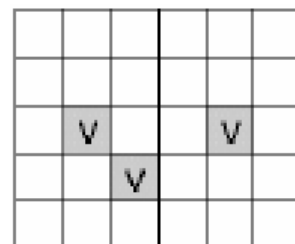
Placez les nombres de 1 à 6 dans les disques de telle sorte que les trois alignements de trois nombres donnent la même somme. **Quel est le produit des 3 nombres du centre ?**

12 - LES DIX NOMBRES

Mathias a écrit dix nombres entiers positifs consécutifs. Aucun de ces dix nombres n'a une somme des chiffres qui est divisible par 7. **Quel est le plus petit nombre possible appartenant à une telle suite de dix nombres ?**

13 - COLORIAGE

Sur un grille 6×5 , trois cases sont coloriées en vert (ces cases sont repérées par un "V" sur le dessin), les autres cases étant blanches. On noircit un certain nombre de cases blanches de telle sorte que chaque case blanche, chaque case verte et chaque case noire ait au moins une case voisine (par un côté) noire. **Quel est alors le nombre minimal de cases noircies ?**



14 - LES DEUX PLANCHES

Géo Bricoltout possède deux morceaux de contreplaqué carrés, l'un de 4 dm^2 et l'autre de 9 dm^2 . Cela tombe bien, car Géo a justement besoin d'un panneau carré de 13 dm^2 . **En combien de morceaux, au minimum, Géo devra-t-il découper ses deux panneaux pour pouvoir reconstituer un grand carré ?**

15 - LES NOMBRES ÉCONOMES

Un nombre est économe quand sa décomposition en produit de nombres premiers nécessite d'écrire moins de chiffres que son écriture décimale. Ainsi $625 = 5^3$ est économe; car l'écriture 53 utilise 2 chiffres, alors que l'écriture 625 en utilise 3. **Que vaut la différence entre le plus grand nombre économe de 3 chiffres et le plus petit nombre économe de 3 chiffres ?**

16 - MONNAIE DE SINGE

Au royaume des singes, la monnaie officielle est la Banane. Il n'y a aucun billet. Il existe seulement quatre valeurs de pièces, exprimées en Bananes, qui peuvent être soit des nombres entiers, inférieurs à dix, soit des multiples de dix inférieurs à cent. Bien sûr, toute somme entière de Bananes peut être obtenue (une des valeurs est forcément 1). Enfin, aucune valeur différente de 1 n'en divise une autre. Pour payer exactement la somme de 130 Bananes, il faut au minimum 5 pièces. Pour payer exactement la somme de 140 Bananes, il faut au minimum 4 pièces. **Quelles sont, dans l'ordre croissant, les quatre valeurs de pièces ?**

17 - LES OEUFs DE MATHLAND

À Mathland, les poules pondent toutes des oeufs qui sont des ellipsoïdes. Les dimensions de ces ellipsoïdes selon leurs trois axes sont les suivantes : hauteur 1 unité, largeur 2 unités, longueur 4 unités, l'unité étant le pouce mathlandais. On coupe un oeuf dur de Mathland de telle sorte que la section soit un disque parfait. **Quel est le rayon maximal du disque, exprimé en pouces mathlandais ?** On arrondira au centième, si besoin est.

18 - LE NOMBRE D'ARMAND

Le nombre fétiche d'Armand est le plus grand nombre réel M tel que : $n (\{n\sqrt{2}\}) \geq M$ pour tout entier naturel non nul n , où $\{x\}$ désigne $x - E(x)$, $E(x)$ étant la partie entière du nombre x . **Quel est le nombre d'Armand ?** On exprimera la réponse en fonction de $\sqrt{2}$.

Finale 18^e championnat (H04)

7 - LES SOURIS VERTES

Cinq souris vertes comparent leurs robes. La robe d'Aline est plus foncée que celle de Bérénice. La robe de Bérénice est plus claire que celle de Camille et que celle de Delphine. Elma a une robe plus foncée que celle de Delphine mais plus claire que celle de Camille. Camille n'a pas la robe la plus foncée. **Range les souris, de gauche à droite, de la robe la plus claire à la robe la plus foncée**, en désignant chacune d'elles par son initiale.

8 - LE DOUDOU

Maxime pèse ses jouets avec la balance de son arrière-grand-mère. Il obtient les résultats suivants : le camion pèse autant que le doudou, la masse de 8 g et la balle réunis ; la balle, le doudou et le camion pèsent ensemble 1568 g ; la balle pèse 140 g de moins que le doudou. **Quelle est la masse du doudou ?**

Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - QUE DE HUIT !

$$8 . 8 = . 8 \times 8 + 8 .$$

Dans ce calcul, trois chiffres représentés par des points sont illisibles. **Reconstituez le calcul en écrivant les trois chiffres manquants.**

10 - LE SECRET DE L'ESCALIER

Michel, un maître menuisier, dit à ses enfants : « Dans un escalier droit, le double de la hauteur d'une marche ajouté à sa profondeur doit faire 62 cm, 63 cm ou 64 cm. Pouvez-vous me dire combien il existe de types d'escaliers différents, si la profondeur d'une marche ne peut être strictement inférieure à sa hauteur, ni en atteindre le double ? » De plus, la hauteur et la profondeur sont des nombres entiers de centimètres. **Aidez les enfants à répondre.**

11 - COÏNCIDENCE

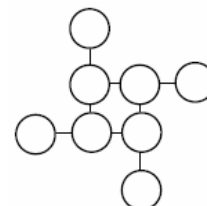
Un groupe d'amis s'amuse à effectuer la division avec reste de 2004 par un nombre entier. Ils choisissent tous un diviseur différent et, curieusement, ils obtiennent tous un quotient égal à 18, et pourtant aucun d'eux n'a commis d'erreur. **Combien sont-ils, au maximum ?**

12 - LES NOMBRES DE MATHIAS

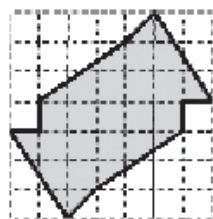
Mathias a écrit trois nombres à trois chiffres en utilisant chacun des chiffres de 1 à 9 exactement une fois. Il additionne ces trois nombres, et ... surprise, il obtient un nombre palindrome à quatre chiffres (un nombre palindrome est un nombre qui se lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche, comme 15651 par exemple). **Quelle est la somme obtenue par Mathias ?**

13 - LES HUIT NOMBRES

Placez les nombres de 1 à 8 dans les disques de telle sorte que les quatre sommes de trois nombres alignés soient égales. **Quel est le produit des quatre nombres écrits aux sommets du carré central ?**



14 - UN DÉCOUPAGE ANGULEUX



Le champ du père Turbé est délimité par une clôture. Chaque morceau de cette clôture joint deux points d'un quadrillage régulier. Dans la perspective de sa succession, le père Turbé souhaite partager son champ en quatre parcelles identiques.

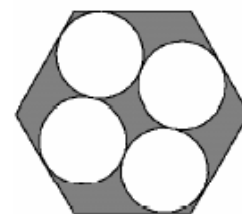
Aidez-le, sachant que chaque morceau de clôture de séparation doit également joindre deux points du quadrillage.

15 - LE MULTIPLE DE L'ANNÉE

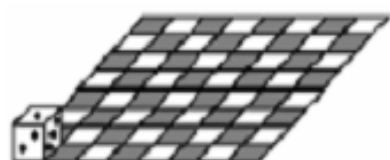
Le plus petit nombre entier positif divisible par 2004 et s'écrivant en base dix avec les seuls chiffres 2 et 4 est 222 444. **Quel est le nombre suivant respectant les mêmes conditions ?**

16 - DES ASSIETTES BIEN SERRÉES

Dans un restaurant à la mode de Math-City, les tables, en forme d'hexagones réguliers, sont si petites qu'on ne peut y poser que quatre assiettes. Et encore, celles-ci, d'un diamètre de 21 cm, sont obligatoirement tangentes entre elles et tangentes au bord de la table comme sur la figure. **Quelle est la plus petite longueur possible d'un côté de la table, exprimée en mm et arrondie au dixième de mm le plus proche ?** Si nécessaire, on prendra $97/56$ pour 3 et $127/48$ pour 7.



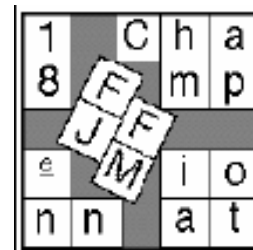
17 - LE DÉ SUR L'ÉCHIQUIER



Un dé classique (la somme des points de deux faces opposées est égale à 7) se trouve au départ sur la case en bas à gauche d'un échiquier 8 par 8. Une arête du dé a la même longueur qu'un côté d'une case. À chaque mouvement, le dé tourne autour d'une arête vers une case adjacente, mais seulement vers la droite ou vers le haut (jamais vers la gauche ou vers le bas). Pour un observateur fixe, sans compter la case de départ, **sur combien de cases différentes de l'échiquier le dé peut-il se retrouver orienté exactement comme sur la case départ (1 dessus, 2 vu de face et 3 à droite) ?**

18 - AMÉDÉE RANGE SES CUBES

Amédée possède dix-huit cubes qu'il range dans une boîte dont le fond est carré. La longueur de chaque arête de cube est de 96 mm. La figure montre la disposition du rangement vu du dessus. Les cubes sont posés à plat sur le fond de la boîte, donc sans superposition entre eux. **Quelle est la longueur minimale du côté du fond de la boîte**, exprimée en mm et arrondie au mm le plus proche ? Si nécessaire, on prendra $127/48$ pour $\sqrt{7}$.



Quart de finale 19^e championnat (A04)

7- LE CUBE DE COLIN

Colin assemble ses cubes de la façon suivante, pour former une pyramide. Il fait une pyramide à 7 étages. **Combien lui faut-il de cubes au total ?**

8- LES EMPLETTES DE MALÉFICINE

Pour la prochaine réunion annuelle des sorcières, Maléficine veut être la plus vilaine possible ! Elle décide de s'acheter une nouvelle tenue (un chapeau, une robe, une baguette et un balai) à la boutique «Au balai furieux». Diabolica lui propose 5 chapeaux et 3 robes ainsi que des baguettes assorties aux balais. Il y a 6 baguettes en cèdre et 4 en saule. Il y a 2 balais en cèdre et 3 en saule. Si Maléficine choisit une baguette en cèdre, elle prendra un balai assorti en cèdre, de même si elle choisit une baguette en saule, le balai sera en saule. **Entre combien de tenues différentes a-t-elle le choix ?**

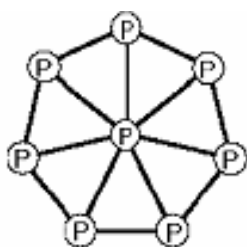
Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9- BOUTS DE CARTON

En utilisant une règle et des ciseaux, Mathias effectue cinq coupes successives dans une feuille de carton rectangulaire. Ses coupes sont bien droites et il ne déplace pas les morceaux entre deux coupes. **Combien obtiendra-t-il de morceaux, au maximum ?**

10- L'HEPTA-JEU



Huit pièces sont placées côté "pile" apparent sur les sept sommets et au centre d'un heptagone régulier comme sur la figure. À chaque coup, on peut :

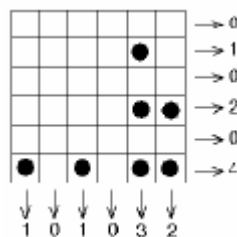
- soit retourner simultanément trois pièces placées sur trois sommets consécutifs de l'heptagone
- soit retourner simultanément trois pièces placées aux sommets d'un triangle entièrement dessiné.

En combien de coups, au minimum, est-il possible de faire en sorte que toutes les pièces apparaissent côté "face".

Répondez "0" si vous pensez que c'est impossible.

11- LES PIONS D'ALICE

Alice vient de recevoir un jeu constitué d'un damier carré de 36 cases et de 36 pions. Le damier est électronique : à tout moment, le nombre de pions posés sur chaque ligne et sur chaque colonne s'affiche automatiquement. Le dessin montre un exemple où 7 pions ont déjà été posés sur le damier. Alice continue à poser des pions jusqu'à ce que les six nombres affichés sur les lignes soient tous différents. Surprise, Alice constate alors qu'aucun de ces six nombres n'est égal à un des nombres affichés sur une colonne. **Donnez dans l'ordre croissant, les six nombres affichés sur les lignes.**

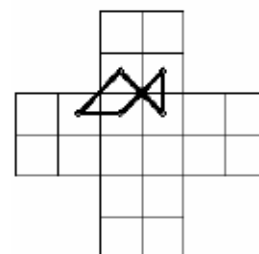


12- ARROSAGE IMPARFAIT

Jordi Niais a installé un système d'arrosage rotatif au centre de sa pelouse carrée. Le jet d'eau arrose tout juste les bords du carré. **Quel pourcentage de la pelouse ne sera pas arrosé ?** On prendra 3,142 pour pi et on arrondira au pour cent le plus proche.

13- UN LONG CIRCUIT

Sur un damier de 20 cases en forme de croix latine (voir le dessin), un pion se déplace du centre d'une case à celui d'une case adjacente par un côté ou par celui d'une case voisine par un sommet, comme peut le faire un roi au jeu d'échecs. Ce pion doit effectuer un circuit fermé en passant une et une seule fois dans chaque case du damier. Le dessin montre un exemple d'un tel circuit passant par 5 cases du damier. On remarque que ce circuit comprend des segments courts reliant deux cases adjacentes par un côté, et des segments longs reliant deux cases voisines par un sommet. Tracez un circuit fermé le plus long possible passant par les 20 cases du damier. **Combien contient-il de segments longs?**



14- QUATRE CENT VINGT ET UN

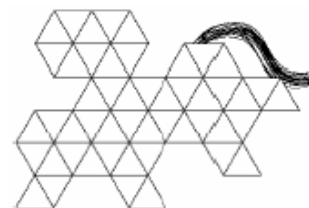
Cathy passe son temps à jouer avec les nombres. Elle est aussi passionnée de jeux de dés. Nous sommes bientôt le 31/12/04, et elle cherche tous les nombres entiers inférieurs à 311204 contenant les chiffres 4, 2 et 1 écrits consécutivement dans cet ordre. **Combien en existe-t-il ?**

15 - TELECOM

Un opérateur de télécommunications installe un mât perpendiculairement au toit en terrasse d'un immeuble rectangulaire à un endroit bien précis pour que l'antenne qu'il y fixera soit placée en position optimale pour la réception et l'émission des communications. Il fixe alors le mât par des câbles rectilignes en acier qui vont de la cime du mât jusqu'aux quatre coins du toit. Les longueurs de deux des câbles non adjacents sont 10 et 11 mètres et la longueur d'un troisième est 14 mètres. **Quelle est la longueur en mètres du quatrième câble ?** (On arrondira si besoin au centimètre le plus proche).

16 - LE CHEVAL DE TROIS

Le dessin ci-contre représente le plan du cheval de Troie. **Découpez ce plan en trois morceaux pouvant être assemblés, sans retournement, pour former un grand triangle équilatéral.** Note : Le découpage peut passer à l'intérieur des petits triangles équilatéraux.



17- LES CUBES DE RAMA ET NUJEAN

Papa possède quatre cubes tous différents dont les côtés ont un nombre entier de centimètres. Il désire en donner deux à sa fille Rama et deux à son fils Nujean. Il ne sait comment faire pour que le partage soit équitable. Heureusement, Maman remarque que l'on peut en donner deux à chacun de telle façon que la somme des volumes des cubes reçus par chaque enfant soit la même. **Donnez cette somme commune en cm^3** , sachant qu'il s'agit de la plus petite solution possible.

18- QUI VEUT GAGNER UN MILLION ?

"Qui veut gagner un million ?" est la loterie officielle de Mathville. Le billet du jeu, vendu 10 euros en kiosque, consiste en 36 cases à gratter disposées en un carré 6×6 . Parmi ces 36 cases, on sait que 6 cases contiennent le nombre "10", que 9 cases contiennent le nombre "1" et les 21 autres le nombre "0". Le joueur peut gratter les cases de son choix, et autant de cases qu'il veut. Lorsqu'il décide de s'arrêter, il multiplie entre eux les nombres qu'il a grattés (y compris les éventuels "0") et il gagne, en euros, le résultat obtenu. On suppose que tous les joueurs de Mathville qui ont acheté un billet adoptent la stratégie optimale. Statistiquement, **quelle proportion des sommes jouées sera-t-elle remise aux joueurs ?** La réponse sera donnée en %, éventuellement arrondie au dixième le plus proche.

Demi-finale 19^e championnat (H05)

7- VIVE LES SOLDES

En période de soldes, Aldo ne fait jamais plus de 20 euros de réduction. Il a une drôle de façon d'étiqueter les produits soldés : il s'arrange toujours pour que le nombre d'euros soit égal au nombre de centimes d'euros. Par exemple, le t-shirt que je veux acheter a été soldé à 29,29 euros.

Ma copine Claudie veut acheter un manteau qui coûtait 67,99 euros avant les soldes. **Combien va-t-elle payer si Aldo applique sa remise maximum?**

8- BONNE CUISSON

Cet après-midi à 14 h 40, mes amies viennent de terminer la préparation de desserts qu'il ne reste plus qu'à cuire. Mais on ne peut mettre qu'un dessert à la fois dans mon four et chaque cuisson doit se faire en une seule fois.

Arlette a préparé une tarte qui cuit en une demi-heure, Aline, un gâteau qui cuit en 20 min, et Karin, une brioche qui doit reposer exactement 35 min avant d'être enfournée trois quarts d'heure. **À quelle heure, au plus vite, aurons-nous fini de tout cuire?**

Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9- LES RECTANGLES

On a partagé un carré de carton en quatre rectangles. Trois de ces rectangles ont pour dimensions 4×6 , 5×9 et 2×11 . **Quelles sont les dimensions du quatrième** (on les donnera dans l'ordre croissant)?

10- LE MATCH DE BASKET

Pendant le match de basket entre les Aventuriers et les Baroudeurs, qui s'est terminé sur un score de 23 à 19 en faveur des Aventuriers, il y a eu un moment où les Aventuriers avaient autant de points que les Baroudeurs en ont marqués ensuite jusqu'à la fin du match. **Combien de points les deux équipes avaient-elles ensemble à ce moment précis?**

11- LES TABLETTES DE CHOCOLAT

Sept collégiens ont reçu douze tablettes de chocolat identiques pesant chacune 91 grammes. Ils se les partagent de manière équitable en cassant le nombre minimal de morceaux. **Combien de morceaux, y compris les tablettes entières, y a-t-il au moment du partage?**

12- L'ÂGE DU CAPITAINE

Pour son anniversaire, le capitaine, qui n'est pas encore centenaire, a invité ses 3 filles, ses 5 neveux et ses 7 petits-enfants. Il remarque la chose suivante :

- ses 3 filles ont des âges consécutifs
- ses 5 neveux ont des âges consécutifs
- ses 7 petits-enfants ont des âges consécutifs
- la somme des âges de ses filles, celle des âges de ses neveux et celle des âges de ses petits-enfants sont égales
- son âge est égal aux deux tiers de la somme des âges de ses filles.

Quel est l'âge du capitaine?

13- LES HUIT NOMBRES

--	--	--	--	--	--	--	--

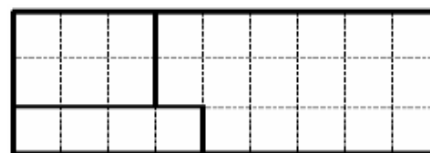
Écrivez huit nombres entiers strictement positifs tous différents dans le tableau ci-dessus de telle sorte que :

- La somme de 2 nombres écrits dans deux cases consécutives est toujours divisible par 2.
- La somme de 3 nombres écrits dans trois cases consécutives est toujours divisible par 3.
- La somme de 4 nombres écrits dans quatre cases consécutives est toujours divisible par 4. Et ainsi de suite jusqu'à :
- la somme des 8 nombres écrits est divisible par 8 et est la plus petite possible.

14- LE PARTAGE DU PÈRE ISO

Le père Iso veut partager un champ entre ses différents enfants. Ce champ est un rectangle de 300 mètres de large et de 900 mètres de long. Les deux premières parts sont représentées sur la figure où le côté de chaque carré du quadrillage représente 100 mètres. Le partage doit respecter les règles suivantes :

- il suit exclusivement le quadrillage indiqué par des pointillés;
- chaque part est un assemblage de carrés d'un seul tenant ;
- le périmètre de chaque part est de 1 kilomètre ;
- deux parts quelconques ne sont jamais superposables même avec retournement.



Terminez le partage (on demande une seule solution).

15- DIVISIBILITÉ PAR 111

Quel est la plus petite valeur possible de N pour laquelle l'énoncé suivant est vrai ?

Parmi N nombres entiers naturels arbitrairement choisis, on est certain que se trouvent obligatoirement deux nombres dont la somme ou la différence est divisible par 111.

16- LA BOÎTE D'AGNÈS

Agnès possède une boîte de masses marquées contenant les 15 masses entières de 1 gramme à 15 grammes. Elle propose à son frère le défi suivant : « Choisis dans cette boîte un certain nombre de masses, de masse totale la plus petite possible. Ces masses doivent te permettre de peser tout objet pesant un nombre entier de grammes entre 1 gramme et 11 grammes inclus en posant au plus une masse sur chacun des deux plateaux de la balance. »

Écrivez dans l'ordre croissant les masses choisies par le frère d'Agnès.

17- L'ENCLUME DU FORGERON



Le profil d'une enclume de forgeron revêt la forme de la figure ci-contre. Les trois triangles sont équilatéraux et identiques ; leur côté mesure 28 cm de longueur. Les contacts sont parfaits. Un même cercle peut passer par un sommet de chacun des triangles. **Quel est au minimum le rayon du cercle**, exprimé en millimètres et arrondi au millimètre le plus proche?

Si nécessaire, on prendra $99/70$ pour $\sqrt{2}$ et $97/56$ pour $\sqrt{3}$.

18- MARTIN GALE JOUE AU CASINO

Au casino de Math-City, on joue à quitte ou double. À chaque coup, on perd sa mise si on perd, on est remboursé de deux fois sa mise si on gagne. Martin Gale mise un euro pour commencer. Après chaque coup perdant, il mise un euro de plus qu'au coup précédent. Après chaque coup gagnant, il mise un euro de moins qu'au coup précédent, sauf s'il avait misé un euro, auquel cas il mise à nouveau un euro. À un moment donné, sa fortune s'est accrue de 13 euros depuis qu'il a commencé à jouer et il s'apprête à miser 7 euros.

Combien a-t-il gagné de coups?

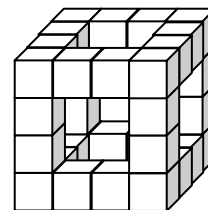
Finale 19^e championnat (H05)

7 - LES BÛCHES

Sous mon toit, j'ai entreposé 2005 bûches. En période douce, j'utilise 30 bûches par jour; en période froide, j'utilise 45 bûches par jour. J'ai eu autant de jours en période douce qu'en période froide et il me reste 205 bûches. **Pendant combien de jours ai-je chauffé?**

8 - LE CUBE CREUX

Julie a construit, à l'aide de petits cubes, cet objet qu'elle appelle « le grand cube creux de 4 petits cubes de côté ». **Combien lui faut-il de petits cubes, au minimum, pour construire le « grand cube creux de 7 petits cubes de côté »?**

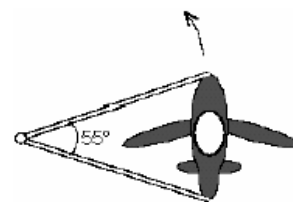


Considération pour la résolution des problèmes 9 à 18 :

Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - LE MANÈGE

L'avion représenté ci-contre est un élément d'un manège pour enfants. Après chaque séance de manège, qui dure 5 minutes, le nez de l'avion se trouve décalé d'un angle de 75° dans le sens de la flèche par rapport à sa position lors de l'arrêt précédent. **Au bout de combien de séances de manège l'avion reviendra-t-il exactement pour la première fois dans une position déjà occupée?**



10 - LES 4 NOMBRES MYSTÉRIEUX

Trouvez la valeur de chacun des quatre nombres ♥, ♣, ♠ et ♦.

♥ + 4 = *	♣ - 4 = *
♠ × 4 = *	♦ ÷ 4 = *
♥ + ♣ + ♠ + ♦ = 100	

11 - DITES 46

Trouvez un nombre entier de 3 chiffres qui soit égal à 46 fois la somme de ses chiffres.

12 - L'ANNIVERSAIRE

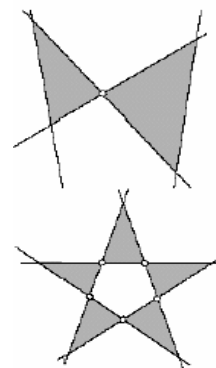
L'année de naissance de Jérôme a la particularité suivante : le produit de ses quatre chiffres est le carré d'un nombre entier. Aujourd'hui, en 2005, Jérôme attend l'année où il atteindra un âge égal à la racine carrée du produit des chiffres de son année de naissance. **En quelle année Jérôme est-il né?**

13 - LES TRIANGLES

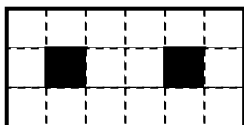
En traçant quatre droites dans le plan, on peut colorier au plus deux triangles qui n'ont qu'un sommet en commun.

En traçant cinq droites, on peut colorier au maximum cinq triangles, deux quelconques d'entre eux ayant au plus un sommet en commun.

Si on trace sept droites dans le plan, **combien pourra-t-on colorier de triangles**, au maximum, deux quelconques d'entre eux n'ayant jamais plus d'un sommet en commun?



14 - LE RECTANGLE TROUÉ



Partagez ce rectangle troué en un nombre minimal de morceaux d'aires toutes différentes de telle sorte qu'en assemblant ces morceaux sans les retourner, on puisse former un carré non troué. On doit découper le long des pointillés. Deux solutions qui se déduisent l'une de l'autre par une rotation ou une symétrie seront considérées comme identiques.

15 - LES 13 NOMBRES

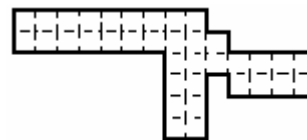
Écrivez dans l'ordre croissant 13 nombres entiers strictement positifs tous différents et dont la somme est égale à 94.

16 - L'ARME À FEU DE DON MINO

À Math-City, le parrain de la mafia locale, Don Mino, possède une arme à feu dont le profil revêt la forme de la figure ci-contre.

Il est possible de la couvrir parfaitement avec un jeu de 18 dominos identiques.

De combien de façons peut-on le faire?



17 - EN L'HONNEUR DE L'ANNÉE

On écrit la liste des 2005 premiers nombres entiers : 1, 2, 3, ... 2005. On rade les deux premiers et on écrit leur somme 3 à la fin de la liste. On continue en barrant les deux prochains nombres non rayés et on reporte leur somme 7 à la fin de la liste : ~~1~~, ~~2~~, ~~3~~, 4, 5, ... 2005, 3, 7, ...

On continue ainsi jusqu'à ne plus avoir qu'un seul nombre. **Quelle est la somme de tous les nombres écrits depuis le début?**

18 - LES CUBES

On dispose de 27 cubes identiques : 12 blancs et 15 noirs. En les collant, on forme avec ces 27 cubes un grand cube $3 \times 3 \times 3$. On constate alors que les motifs apparaissant sur les six faces de ce grand cube présentent le même motif à une rotation près. **Dessinez le motif apparaissant sur l'une de ces faces.**

RÉPONSES

	QF 13° (A98)	DF 13° (H99)	QF 14°(A99)	DF 14° (H00)	F 14° (H00)	QF 15° (A00)						
Q5	10 billes bleues	BICHE	27	3 formes	24	2796						
Q6	4 personnes, Mathias inclus.	Que j'aime à faire apprendre ce nombre utile	1 1 2 2 1 3 3 2 4 3 5 5 4 4 5	108 pages	21, 23, 27, 29, 30, 34, 36, 40, 45	18						
Q7	108 hm ²	1 solution: 70 bougies	2 solutions : SIX et SEPT	2 solutions: (1;4;6) et (2;5;6)	1 solution :12	38						
Q8	4 minutes	1 solution: 23 ans	20	Lundi	111	1 sol : 13 17 11 23 19						
Q9	10 coups	816 F	18	1 sol : 70	28 cases	4 solutions : (voir à la fin du tableau)						
Q10	6 solutions (voir tableau plus bas)	1 solution: 92 pages. (On acceptera aussi 2 solutions, 92 et 2 pages)	03 15 26 47 98	44	À 11h40	8						
Q11	Neuvième motif	3 solutions : 33, 66 et 99 mètres	117	16 810 770 431	En 2024	89						
Q12	36 quadrilatères	49	23	3 solutions: 132, 264 et 396	2 001 000 rectangles au maximum	8						
Q13	Gilles doit laisser 5 ou 9 cases pour gagner	45 000 cm ³	6 solutions : (1;225),(4;9) (16;9),(16;81) (36;1),(114;4)	47°	3 solutions : 32123 13212 13121	1984						
Q14	462 cm environ	500 cm ²	1 solution : 115,2	1 solution: 10 001 802	0 (pas de stratégie gagnante)	17711						
Q15	36975/65536	3 solutions : 24, 72, 168 degrés	12610	31 %	18 km	1 solution : SIX VINGT-CINQ DIX-NEUF						
Q16	3 solutions : 131, 133, 135	14 choix	1 solution : 80	1 solution : <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>1</td><td>3</td><td>17</td></tr><tr><td>8</td><td>2</td><td>5</td></tr></table>	1	3	17	8	2	5	Reste 12 maximum (voir au bas du tableau)	18
1	3	17										
8	2	5										

Q9 - Quart de finale 15^e championnat (A00)

4 solutions :

19 19 20 20 20 21;

19 19 19 20 21 21;

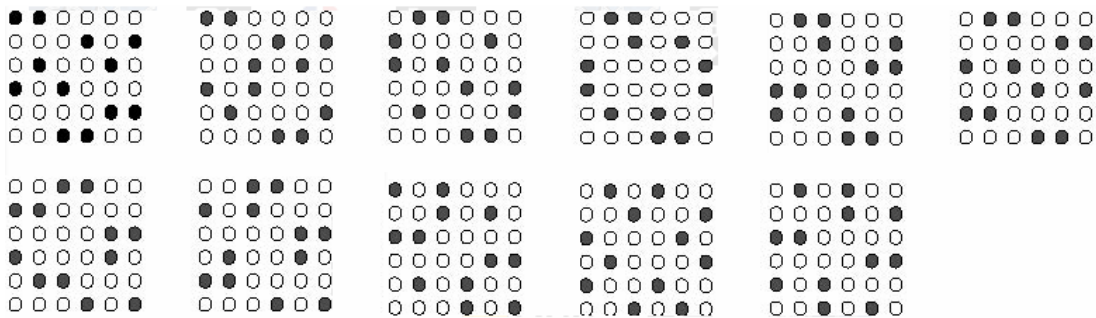
18 19 20 20 21 21;

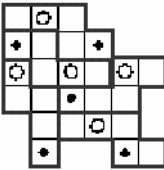
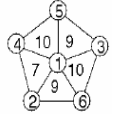
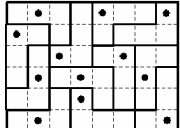
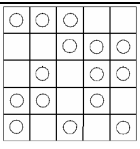
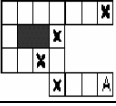
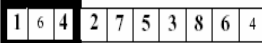
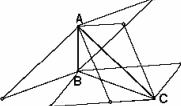
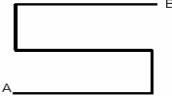
18 19 19 20 21 22.

Q10 - Quart de finale 13^e championnat (A98)

3	2	8		4	3	7		5	4	6
+	8	0	2	+	7	0	3	+	6	0 4
1	1	3	0	1	1	4	0	1	1	5 0
	7	6	4		8	7	3		9	8 2
+	4	0	6	+	3	0	7	+	2	0 8
1	1	7	0	1	1	8	0	1	1	9 0

Q16 - Finale 14^e championnat (H00)

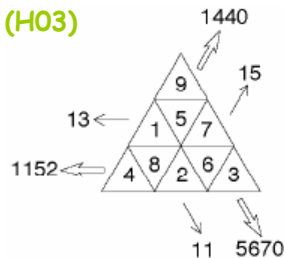


	QF 16° (A01)	DF 16° (H02)	F 16° (H02)	QF 17° A(02)	DF 17° (H03)	F 17° (H03)
Q7	3 tours			12 triangles		$(7+7) \times 7 \times 7 + 7+7$
Q8	DRE PVC MKB ou MKB PVC DRE	$\times 2 9 10 1 7 5$	222242	4 bonbons	Clarisse et Élisabeth	
Q9	1 ^{er} février 2010	1 solution : 1982		2028	1 solution : 	4 points
Q10	4 paires de familles	1429 secondes	7 unités	7 points	1 sol : 6 garçons	3 sol : (33 ; 35), (5 ; 66), (61 ; 4)
Q11	16 solutions : (voir au bas du tableau)	6 endroits 	40 pièces	15h45	32133123	19 dominos
Q12	371 cm ²	1 sol : 250	11 grammes	67	69 999 et 70 000	1 sol : 6 cm
Q13	1 solution: 130 cm ² (129,90 cm ² au mm ² près), soit $75\sqrt{3}$		11 billets	1 sol : 826	14 coups	150 m
Q14	2 solutions : 12cm ² et 48 cm ²	6 solutions : 1;2;3;123 1;2;3;132 1;2;3;213 1;2;3;231 1;2;3;312 1;2;3;321	3,5,7	1 sol : 06 76 25 01 00	4 solutions : (1;17), (2;15), (3;13) et (4;11)	1 solution : 4 écureuils
Q15	156,6cm soit $30*\pi+36*\sqrt{3}$	4 solutions : 1;2;3 2;4;5 2;4;6 3;6;9	13 noix	6,618 km	4 solutions : (20;4), (10,6), (8;8) et (6,18)	1 solution : (voir au bas du tableau)
Q16	13 façons	3 solutions : 0;3;1;4;2;5 1;4;2;0;3;6 2;0;3;1;4;7	140(20x7)	8 rescapés	2 solutions : 4 cm 18 cm	1 solution : 21 cm
Q17	96 côtés	1 solution : 7	90°	121,3mm	1 solution : 80	12 m ¹¹ (accepte aussi 12,01)
Q18	1 solution : 345 m	1 solution : 105 mm	24	1873,33 m ²	53	801 mm ²

Q11 - Quart de finale 16e championnat (A01)

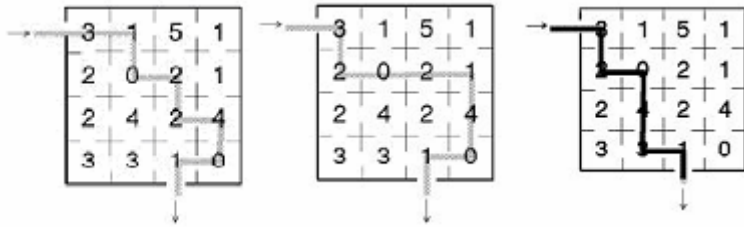
$123*4+5+6+7-89=421$; $123*4-5-67-8+9=421$; $12+34+56*7-8-9=421$; $12-34-5-6+7+8+9=421$
 $1+23+4+56*7-8+9=421$; $1+2+345-6+7+8*9=421$; $1+2*34+5*67+8+9=421$; $1-2*3/4*56+7*8*9=421$
 $1*2+3*4+5*67+8*9=421$; $1*2*34*5-6+78+9=421$; $1*2+3-4+5/6*7*8*9=421$
 Et avec 0...
 $0*12+3*4+56*7+8+9=421$; $0*12+345-6-7+89=421$; $0-1+2+345+6+78-9=421$
 $0-1+23-4*56+7*89=421$; $0*1-2+3-4+5*67+89=421$

Q15 - Finale 17e championnat (H03)



	QF 18° A(03)	DF 18° H(04)	F 18° H(04)	QF 19° A(04)	DF 19° H(05)	F 19° H(05)
Q7	Céline : 4 ^e Marie : 3 ^e J-Baptiste:1 ^{er}	9 euros	B D E C A	455 cubes	48,48 euros	48 jours
Q8	3 solutions : (voir au bas du tableau)		Le doudou a une masse de 460g	360 tenues	16h20	68 petits cubes
Q9	1 solution : 12 autruches 23 éléphants	1 solution : SOABE	1 solution : 868=98X8+84	16 morceaux	1 solution : 5cm sur 6cm	24 séances
Q10	2 solutions : 13h et 01h	53 cm ³	16 escaliers (voir au bas du tableau)	4 coups (voir au bas du tableau)	1 solution : 19 points	1 solution : ♥=12 ♠=20 ♣=4 ♦=64
Q11	1 solutions : 25; 40; 200	4 solutions : 6,14,48,120	Ils sont 6 au maximum.	0; 1; 2; 4; 5; 6.	18 morceaux	13 solutions : 230; 322; 414; 460; 506; 552; 644; 690; 736; 782; 828; 874; 966.
Q12	1 solution : 1555	96	1 solution : 1881 ex :986+574+321	21% environ	1 solution : 70 ans	3 solutions : en 1988, 1994, 1999
Q13	1 solution : 12 garçons	10 cases exemple : 	6 solutions : 36(1x2x3x6) 80(1x2x5x8) 120(1x4x5x6) 224(1x4x7x8) 480(3x4x5x8) 1008(3x6x7x8)	16 segments longs 	1 solution : 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15 (on admet aussi 15;13;11;9;7; 5;3;1)	11 triangles (voir au bas du tableau)

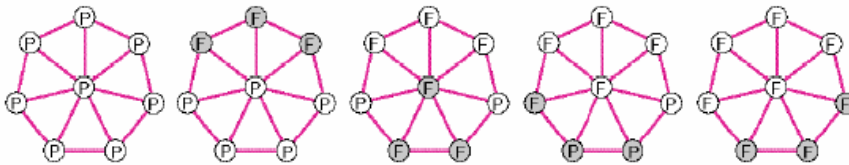
Q8 - Quart de finale 18^e championnat (A03)



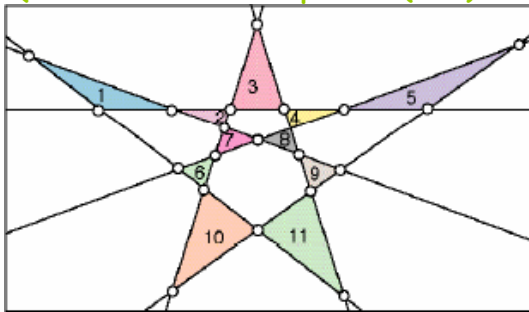
Q10 - Finale 18^e championnat (H04)

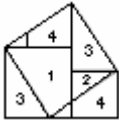
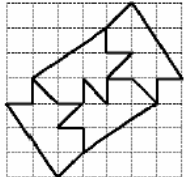
(h;p) = (16;30) ou (16;31) ou (17;28) ou (17;29) ou (17;30) ou (18;26) ou (18;27) ou (18;28) ou (19;24) ou (19;25) ou (19;26) ou (20;22) ou (20;23) ou (20;24) ou (21;21) ou (21;22).

Q10 - Quart de finale 19^e championnat (A04)



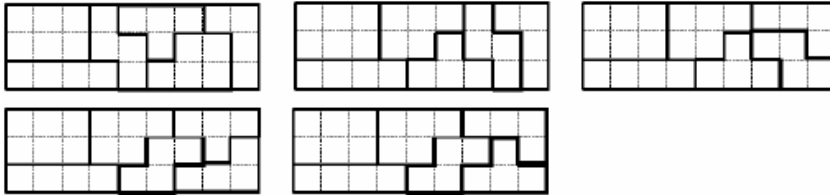
Q13 - Finale 19^e championnat (H05)



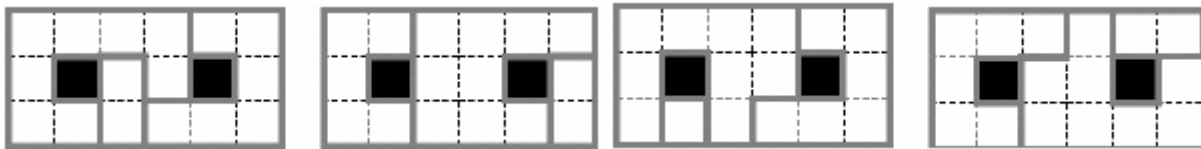
	QF 18 ^e A(03)	DF 18 ^e H(04)	F 18 ^e H(04)	QF 19 ^e A(04)	DF 19 ^e H(05)	F 19 ^e H(05)
Q14	1 solution : 3600 m ²	5 morceaux 		921 nombres	5 solutions : (voir au bas du tableau)	4 solutions : (voir au bas du tableau)
Q15	1 solution : 55	604	42 244 442 244	1 solution : 5 mètres	57	3 solutions : 1;2;3;4;5;6;7;8; 9;10;12;13;14. 1;2;3;4;5;6;7;8; 9;10;11;13;15. 1;2;3;4;5;6;7;8; 9;10;11;12;16.

Q16	4 solutions symétriques (voir au bas du tableau)	5 solutions : (1;3;20;50), (1;6;20;50), (1;7;20;50), (1;8;20;50), (1;9;20;50).	28,0 cm	(voir dessin au bas du tableau)	1 solution : 1+2+3+7+11	2005 façons
Q17	2 sauts. 2 sol pour le 1 ^{er} pion sauté : 4 ou 5	2 unités	15 cases	1729 cm ³	267 mm	24 046 868
Q18	1 solution : 9096x13266= 9648x12507= 120667536	$\sqrt{2}/4$	463 mm	85,5 % environ	1 solution : 34 coups	10 solution : (voir au bas du tableau)

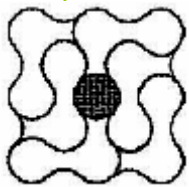
Q14 - Demi finale 19^e championnat (H05)



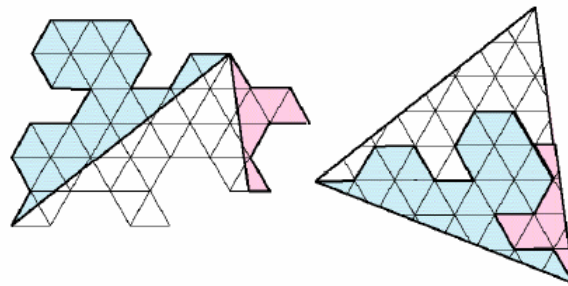
Q14 - Finale 19^e championnat (H05)



Q16 - Quart de finale 18^e championnat (A03)



Q16 - Quart de finale 19^e championnat (A04)



Q18 - Finale 19^e championnat (H05)

