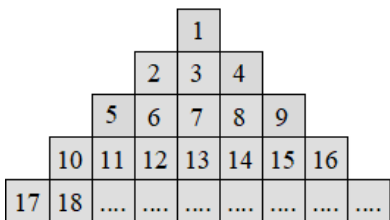




Début toutes catégories

1 – LA PYRAMIDE D'IVANIE



Ivanie construit une pyramide de nombres. Les nombres entiers à partir de 1 se suivent comme sur la figure qui représente les cinq étages du haut. La pyramide de Ivanie compte 10 étages.

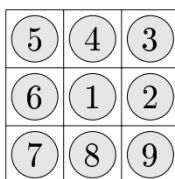
Combien de nombres impairs compte l'étage du bas ?

2 – LES NEUF JETONS

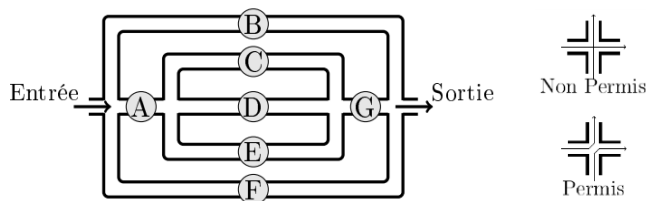
Neuf jetons numérotés de 1 à 9 sont placés sur une grille carrée comme sur la figure.

Laurent enlève trois jetons pour qu'il reste deux jetons dans chaque ligne et deux jetons dans chaque colonne. Il additionne les nombres écrits sur les trois jetons qu'il a enlevés.

Quel est le plus grand résultat qu'il peut obtenir ?



3 – LE FIL D'ARIANE



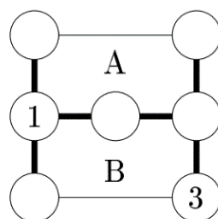
Ariane parcourt tout ce labyrinthe en déroulant derrière elle un fil qui ne se croise jamais. Elle ne passe jamais deux fois dans un même corridor, mais elle peut passer deux fois par une même intersection. Elle ramasse les sept pièces d'or identifiées de A à G dans l'ordre où elle les rencontre.

Quelles sont les lettres écrites sur la quatrième et sur la sixième pièce qu'elle a ramassées ?

4 – DE 1 À 7

On veut placer les nombres 2, 4, 5, 6 et 7 dans les cercles vides de telle sorte que :

- la somme de trois nombres alignés (traits épais) soit toujours égale à 12;
- la somme des cinq nombres placés autour de chacun des deux petits rectangles (A et B) soit égale à 20.



Écrivez les nombres dans les cercles vides.

5 – LE NOMBRE DE MARIE-PHILIP

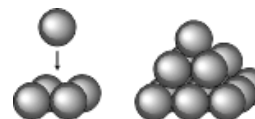
Marie-Philip a trouvé un nombre à deux chiffres qui a une caractéristique : si elle multiplie les deux chiffres, elle remarque que c'est le double du résultat obtenu en les additionnant.

Le nombre de Marie-Philip est le plus petit nombre à deux chiffres ayant cette caractéristique.

Quel est ce nombre ?

Fin catégorie P1

6 – LES BALLE DE FÉLIX

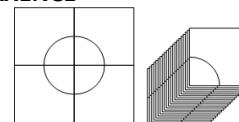


Félix place quatre balles identiques de façon à former un carré, chaque balle touchant ses deux voisines. Puis, il pose une cinquième balle sur les quatre premières. Il y a alors au total huit points de contact entre ces cinq balles.

Félix construit ensuite une pyramide selon le même principe, mais avec quatorze balles : neuf balles au premier étage, quatre au deuxième et une balle au troisième, chaque balle touchant toutes ses voisines.

Combien la pyramide à quatorze balles comporte-t-elle de points de contact au total ?

7 – LES CARTES DE MAXENCE

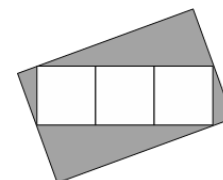


Maxence possède un grand nombre de cartes carrées identiques portant chacune un quart de cercle qui joint les milieux de deux côtés du carré. Il place toujours les cartes sans les plier ni les faire se chevaucher. En utilisant quatre cartes, il peut former un cercle comme celui représenté sur la figure. En utilisant davantage de cartes, il peut aussi former d'autres courbes plus longues.

En utilisant plus de quatre cartes, combien de cartes, au minimum, lui seront nécessaires, pour former une courbe fermée ?

8 – TROIS CARRÉS SUR UN RECTANGLE

Steven colle trois carrés blancs sur un rectangle gris. Les trois carrés sont parfaitement alignés, sans se chevaucher. Quatre des sommets des trois carrés sont situés sur le bord du rectangle gris, dont deux sur les milieux des petits côtés du rectangle.



Si chaque carré blanc a une superficie de 22 cm², quelle est celle du grand rectangle gris ?

Fin catégorie P2

Problèmes 9 à 18 : *Attention!* Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez écrire le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une!).

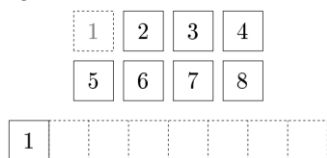
9 – PIQUETS ET ENCLOS

Kim possède un terrain circulaire dont le rayon mesure 20 m. Pour ses chevaux, elle décide de former des enclos triangulaires dont tous les côtés mesurent 10 m.

Elle pose un piquet à chaque sommet des triangles, dont un qui se trouve au centre du terrain circulaire. Le nombre d'enclos est le plus grand possible.

Combien de piquets peut-elle planter, au maximum ?

10 – LES HUIT CARTES



Isabelle possède huit cartes numérotées de 1 à 8.

Elle place la carte numérotée 1 en premier, puis elle place les sept autres à la suite de telle sorte que la somme de deux nombres écrits sur des cartes placées côte à côte ne soit jamais divisible par 2 ni par 3.

Quel est le nombre à huit chiffres qui sera lisible sur les cartes placées par Isabelle ?

11 – LES BILLETS DE LOTERIE

Eliot et Meryeta ont acheté chacun un billet de loterie. Chaque billet porte un numéro à cinq chiffres. Les deux premiers chiffres du billet d'Eliot sont 09. En comparant leurs billets, Eliot et Meryeta constatent que les dix chiffres de 0 à 9 figurent sur ces billets et que le double du numéro du billet d'Eliot (sans tenir compte du 0 initial) correspond au numéro du billet de Meryeta.

Quel est le numéro du billet de Meryeta ?

Fin catégorie P3

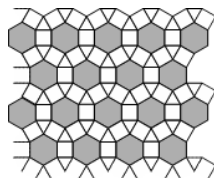
12 – LA SOMME DE L'ANNÉE

Marielle aimerait écrire 2022 comme la somme des nombres de 1 à 100, chacun étant précédé d'un signe + ou d'un signe -, en utilisant le plus petit nombre possible de signes - :

$$2022 = \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm \dots \pm 99 \pm 100.$$

En lisant l'égalité de gauche à droite, quel sera le premier nombre précédé d'un signe -, sachant que ce nombre est le plus petit possible ?

13 – LE PAVAGE



Ce pavage, que l'on peut imaginer comme étant infini, peut-être obtenu en recopiant exactement un même motif, formé d'un certain nombre entier de polygones.

Sur un tel motif, quelle est la proportion d'hexagones ?

On donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

14 – LEON ET NOEL

Leon et Noel ont codé chacun leur prénom avec un nombre à quatre chiffres, le premier chiffre étant différent de 0.

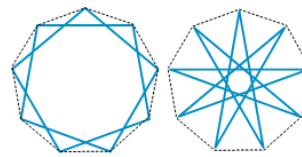
Deux lettres différentes sont toujours codées avec deux chiffres différents et une même lettre est toujours codée par le même chiffre.

Les codes de NOEL et LEON sont tous les deux pairs. LEON est divisible par 7 et le nombre correspondant à la somme LEON + NOEL est divisible par 13.

Quel est le code de LEON ?

Fin catégorie S1

15 – LES ÉTOILES DE L'ANNÉE



Cas 1

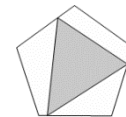
Cas 2

À partir d'un enneagone régulier convexe (polygone à 9 côtés), on ne peut construire que deux enneagones réguliers étoilés différents. Soit en joignant les sommets qui sont espacés par un autre sommet (cas 1) ou bien ceux espacés par trois autres sommets (cas 2). Cependant, si on tentait de joindre les sommets espacés par deux autres sommets, on n'obtiendrait pas un polygone étoilé, mais trois triangles séparés.

Combien peut-on construire de polygones réguliers étoilés différents à partir d'un polygone régulier convexe à 2022 côtés ?

16 – UN TRIANGLE SUR UN PENTAGONE

On choisit trois points sur le pourtour d'un pentagone régulier convexe, puis on relie ces trois points deux à deux de façon à former un triangle.



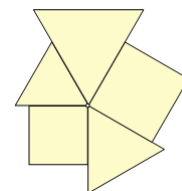
Que vaut, au maximum, le quotient de l'aire du triangle sur celle du pentagone ?

Si nécessaire, on prendra 2,236 pour $\sqrt{5}$, et on arrondira le quotient au millième le plus proche.

Fin catégories S2 et GP

17 – LES POLYGONES DE VANESSA

Autour d'un point de sa feuille de papier, Éric a collé cinq polygones réguliers ayant ce point comme sommet commun, sans laisser de vide autour du point et sans chevauchement entre deux polygones quelconques.



Vanessa a réussi la même chose avec seulement trois polygones réguliers convexes ayant des nombres de côtés tous différents.

Quelle est la somme des nombres de côtés des polygones utilisés par Vanessa ?

Dans l'exemple d'Éric où les nombres de côtés des polygones n'étaient pas tous différents, la réponse aurait été 17, soit $3 \times 3 + 2 \times 4$.

18 – UN TRIANGLE TRÈS ENTIER

Les trois côtés a, b, c d'un terrain triangulaire sont des nombres entiers de décimètres tels que le périmètre du terrain exprimé en décimètres est un nombre égal à celui de son aire exprimée en décimètres carrés.

Quel est le périmètre de ce terrain, en décimètres ?

Fin catégories PS et HC