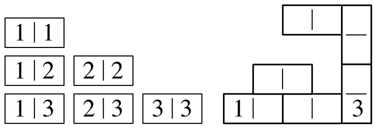
FINALE du 26^{e} Championnat 24 août 2012

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

1. LE FER À REPASSER (coefficient 1)

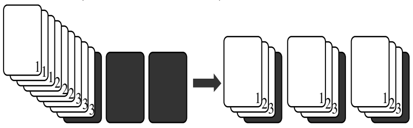
Domi a placé les six dominos dessinés à gauche sur le fer à repasser représenté à droite.



Lorsque deux dominos se touchent, de part et d'autre des côtés en contact, les demi dominos correspondants doivent porter le même numéro.
Domi ne se souvient que du 1 et du 3 mentionnés à droite.
Retrouvez les dix autres numéros.
Note : L'orientation des numéros n'est pas prise en compte.

2. A LA PHOTOCOPIEUSE (coefficient 2)

Phoebe vient de photocopier en trois exemplaires trois pages originales numérotées de 1 à 3.



Malheureusement, elle a oublié d'activer la fonction de tri automatique et elle a obtenu une grande pile non triée.
De haut en bas, on trouve les trois pages copiées numérotées 1, puis celles numérotées 2 et enfin celles numérotées 3.
Un mouvement consiste à prendre n'importe quel nombre de feuilles en haut d'une pile (éventuellement, toutes les feuilles de cette pile) et à les poser telles que (sans en changer l'ordre) sur une autre pile (vide ou contenant déjà des feuilles).
Au minimum, en combien de mouvements Phoebe pourra-t-elle obtenir trois petites piles triées ?
Dans chacune d'elles, de haut en bas, on doit trouver une page copiée numérotée 1, puis une numérotée 2 et enfin une numérotée 3.
Note : L'emplacement d'une petite pile triée peut être celui de la grande pile non triée.

3. FINALISTES EN BALADE (coefficient 3)

A l'occasion de la finale internationale des jeux mathématiques et logiques, les 15 concurrents étrangers de la catégorie CE en ont profité pour faire des excursions dans Paris.
14 ont visité la Tour Eiffel, 13 l'avenue des Champs Elysées, 12 le musée du Louvre et 11 la Cité des Sciences et de l'Industrie.
Au minimum, combien de concurrents étrangers ont visité les quatre sites ?

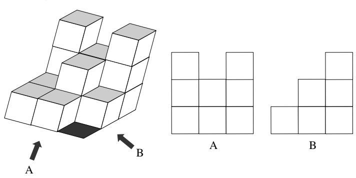
4. UNE LIGNE APRÈS L'AUTRE (coefficient 4)

2	3	4
	13	

La première ligne est 2, 3 et 4.
Pour passer d'une ligne à la suivante, il faut copier deux nombres, sans les changer de colonne, et remplacer le troisième par la somme des deux autres. Par exemple, la deuxième ligne pourrait être 2, 6 et 4. Il doit y avoir 13 au milieu de la quatrième et dernière ligne.
Remplissez toutes les cases vides.

5. DEVINE CUBES (coefficient 5)

On empile des cubes identiques sur une grille 3×3. Une pile doit recouvrir parfaitement une case de la grille.
Une case peut être vide, donc il peut y avoir moins de 9 piles.



On doit obtenir les vues de A et de B dessinées à droite.
Par exemple, on peut utiliser 14 cubes en formant les 8 piles (2 de 3 cubes, 2 de 2 cubes, 4 de 1 cube) illustrées à gauche.
Au minimum, combien de cubes doit-on utiliser ?

FIN CATÉGORIE CE

6. DEVINE NOMBRES (coefficient 6)

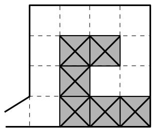
Dans une liste de cinq nombres, le premier est 20, et le dernier 12.

20				12

Le produit des trois premiers nombres à gauche (dont 20) est 360. Le produit des trois au milieu est 90. Le produit des trois derniers à droite (dont 12) est 180.
Ecrivez tous les nombres manquants dans les cases vides.

7. LES AUTO-TAMPONNEUSES (coefficient 7)

La figure représente une piste d'auto-tamponneuses avec une entrée en bas à gauche, où Soko gare au sol les autos représentées par une case grise avec une croix (les autres cases étant vides). Ces autos peuvent se déplacer vers une case vide adjacente dans n'importe quelle direction.

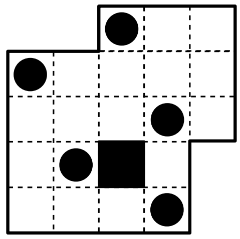


Quand Soko a fini de ranger les autos :
- la case en bas et à gauche doit être vide ;
- à partir de cette case, il doit pouvoir se déplacer vers chaque autre case vide ;
- il doit pouvoir déplacer vers la porte chaque auto sans en bouger aucune autre.

Dans l'exemple donné, Soko a fini de ranger 6 autos.
Au maximum, combien d'autos pourrait-il ranger sur la piste ?

8. LES 5 ARBRES AUTOUR DE L'ÉTANG (coefficient 8)

La figure représente un champ à partager autour de la case noire, qui correspond à un étang.



Chaque partie doit contenir un rond noir, qui représente un arbre.
Toutes les parties doivent avoir la même superficie (quatre petits carrés).
Mais elles doivent avoir des formes toutes différentes les unes des autres, même après retournement recto verso.
Tracez le partage selon les lignes du quadrillage.

FIN CATÉGORIE CM

<u>Problèmes 9 à 18</u> : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9. L'ANNIVERSAIRE ROCK (coefficient 9)

Alice, Béatrice, Carine et Daphné constituent un groupe de rock dont l'organisation varie en fonction des représentations.
La seule règle qui ne change jamais est que, si Alice ne joue pas de guitare basse, alors Carine ne joue pas de guitare électrique.
Aujourd'hui, à l'occasion de l'anniversaire de Michel :
- la chanteuse principale n'est pas Alice, ni Daphné ;
- Béatrice ne joue pas de batterie, ni de guitare basse ;
- ni Alice, ni Daphné ne jouent de guitare électrique ;
- Carine ne joue pas de guitare basse et n'est pas la chanteuse principale.

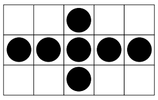
Que fait chacune ?

10. LES CARRÉS DE L'ANNÉE (coefficient 10)

Carline écrit sur un tableau 2012, le nombre n°1.
Puis, tour à tour, elle efface le nombre écrit sur le tableau pour

le remplacer par la somme des carrés de ses chiffres.
Elle obtient ainsi :
• 4 + 0 + 1 + 4 = 9, le nombre n°2 ;
• 81, le nombre n°3 ;
• 64+1 = 65, le nombre n°4 ;
• 36 + 25= 61, le nombre n°5 ; etc.
Quel sera le nombre n°2012 ?

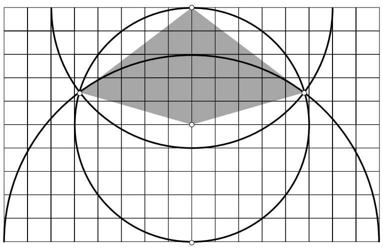
11. LES GRILLES IMPAIRES (coefficient 11)
Sur une grille 3 × 5, on doit poser un nombre impair de jetons noirs, entre 5 et 15, de façon que :



• chaque case soit vide ou contienne un seul jeton ;
• dans chaque ligne et dans chaque colonne, le nombre de jetons soit impair (1, 3 ou 5).
En comptant l'exemple donné, de combien de façons peut-on le faire ?

FIN CATÉGORIE C1

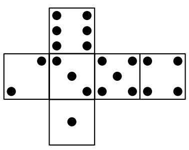
12. LE QUADRILATÈRE MYSTÉRIEUX (coefficient 12)
La longueur du côté d'un petit carré d'un quadrillage régulier est 1 cm. La figure représente un cercle de rayon 5 cm, un demi cercle de rayon 6 cm et un autre demi cercle de rayon 8 cm, tous centrés sur un sommet du quadrillage.



Quelle est, en cm^2, la superficie du quadrilatère coloré en gris ?
Les sommets du quadrilatère sont situés :
• à gauche ou à droite, sur une intersection des trois arcs de cercle ;
• en bas, au centre du cercle de rayon 5 cm ;
• en haut, au centre du demi-cercle de rayon 6 cm.

13 - EN SCOOTER ET À PIED (coefficient 13)
Momo et ses deux amies disposent d'un scooter à deux places.
Qu'il transporte une ou deux personnes, on supposera que la vitesse de cet engin est de 36 km/h.
On supposera également que la vitesse à pieds de chacune des trois personnes est de 4 km/h.
Pour parcourir une distance de 18 km, au minimum, combien de temps Momo et ses deux amies mettent-ils ?
On répondra en heures et en minutes (de 0 à 59), lesquelles seront arrondies au plus près si nécessaire.

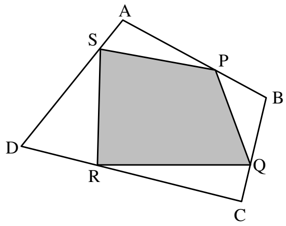
14. TRIANGLES SUR DÉ (coefficient 14)



La figure représente le patron d'un dé cubique. Chaque rond noir est placé au centre de l'un des neuf carrés identiques qui découpent la face sur laquelle il se trouve.
Lorsque le dé est construit, en choisissant un rond noir sur chacune des trois faces qui se rejoignent à certains sommets du cube, on peut former un triangle équilatéral.
Combien de triangles équilatéraux peut-on ainsi former ?

FIN CATÉGORIE C2

15. LE PAVILLON DE COURTOISIE (coefficient 15)
Dans les eaux territoriales de Math-Pays, les navires doivent hisser, à tribord sur le mât le plus en avant, le pavillon de courtoisie représenté par la figure.
Le quadrilatère ABCD a une superficie de 100 dm^2.
Le quadrilatère PQRS (gris sur la figure) est obtenu en plaçant P entre A et B, Q entre B et C, R entre C et D, S entre D et A de façon que AP / AB = BQ / BC = CR / CD = DS / DA soit un nombre rationnel (quotient de deux entiers) strictement compris entre 0 et 1 (P est distinct de A et de B).



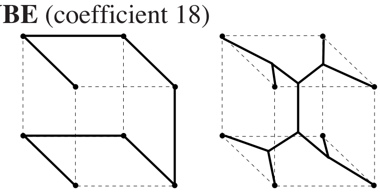
Sachant que c'est un nombre entier de dm^2, quelle est la superficie du quadrilatère PQRS ?

16. LA « BOSSE DES MATHS » (coefficient 16)
Une épidémie de « bosse des maths » frappe Math-Pays.
Le nombre de malades est M(1) = 1 le premier jour, M(2) = 14 le deuxième jour et M(3) = 43 le troisième jour.
Puis, pour tout J au moins égal à 4, M(J) s'obtient par récurrence en calculant le reste de la division par 2012 (entre 0 et 2011) de l'expression 4 M(J – 1) – 5 M(J – 2) + 2 M(J – 3). Ainsi, M(4) = 104, M(5) = 229, M(6) = 482, M(7) = 991, M(8) = 0, M(9) = 33, etc.
Par malheur, si l'épidémie devait durer plus de cinq ans et demi, alors que serait M(2012), le nombre de malades le 2012^e jour ?

FIN CATÉGORIES L1, GP

17. LES VERGERS DE L'ANNÉE (coefficient 17)
Dans Math-Région, on compte 2012 vergers carrés dont les superficies, toutes différentes les unes des autres, sont, en kilomètres carrés, les inverses des nombres entiers de 1 à 2012. Ces carrés sont parfaitement juxtaposés le long d'une route droite.
Quelle est, en kilomètres et arrondie au plus près, la longueur de cette route ?
Note : Deux carrés juxtaposés ne se recouvrent pas, partagent un sommet où un des deux plus petits côtés y arrivant est confondu avec un des deux plus grands.

18. L'ARMATURE DU CUBE (coefficient 18)
Curt réalise avec des segments rigides l'armature d'un cube gonflable dont la longueur du côté est 50 cm.



Cette structure doit être d'un seul tenant et joindre tous les sommets du cube (les ronds noirs sur les figures). La figure à gauche illustre une armature réalisée avec 7 segments dont le total des longueurs est 350 cm.
La figure à droite illustre une armature réalisée avec 13 segments : **au minimum, en cm et arrondi au plus près, quel est le total de leurs longueurs ?**
Note : Si nécessaire, on prendra 1,732 pour √3. Les longueurs des segments ne sont pas forcément toutes les mêmes.

FIN CATÉGORIES L2, HC